

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Angelo Saček

Zagreb, 2012.

SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE

ZAVRŠNI RAD

Mentor:

Prof. dr. sc. Zdravko Virag, dipl. ing.

.

Student:

Angelo Saček

Zagreb, 2012.

Izjavljujem da sam ovaj rad izradio samostalno koristeći stečena znanja tijekom studija i navedenu literaturu.

Zahvaljujem se mentoru, prof. dr. sc. Zdravku Viragu i Fabijanu Luliću, dr. med. na korisnim informacijama i komentarima prilikom izrade završnog rada.

Angelo Saček



SVEUČILIŠTE U ZAGREBU
FAKULTET STROJARSTVA I BRODOGRADNJE



Središnje povjerenstvo za završne i diplomske ispite
Povjerenstvo za završne ispite studija strojarstva za smjerove:
procesno-energetski, konstrukcijski, brodostrojarški i inženjersko modeliranje i računalne simulacije

Sveučilište u Zagrebu	
Fakultet strojarstva i brodogradnje	
Datum	Prilog
Klasa:	
Ur.broj:	

ZAVRŠNI ZADATAK

Student: **Angelo Saček**

Mat. br.: 0035172931

Naslov rada na hrvatskom jeziku: **Model krvotoka s koncentriranim parametrima**

Naslov rada na engleskom jeziku: **A Lumped Model of the Circulatory System**

Opis zadatka:

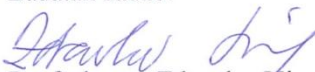
Zadatak krvotoka je opskrbiti krvlju svaki dio tijela. Krvotok se sastoji iz dva kruga: plućne i sistemske cirkulacije. U sistemske cirkulaciji se krv, kontrakcijama lijeve klijetke srca, putem aorte i ostatka arterijskog stabla razvodi do svakog dijela tijela, a putem vena se krv vraća u desnu pretklijetku i uslijed kontrakcija desne klijetke odlazi u plućnu cirkulaciju, koja završava na ulazu u lijevu pretklijetku. Na ulazima i izlazima iz klijetki nalaze se zalisci kojima je zadatak osigurati jednosmjernost strujanja krvi. Najjednostavniji modeli cirkulacije su modeli s koncentriranim parametrima u kojima se cirkulacija prikazuje sustavom osam komora: lijeva predklijetka, lijeve klijetke, arterije, vene, desna pretklijetka, desna klijetka, plućne arterije i plućne vene. Svaka komora karakterizirana je tlakom i volumenom, dok se protok definira kroz spojeve komora. U ovom je radu potrebno:

- 1) Opisati funkciju i matematički model cirkulacijskog sustava, koji se svodi na sustav 24 obične diferencijalne jednačine.
- 2) Razviti računalni program za rješavanje postavljenog matematičkog modela u programskom paketu Matlab, te automatizirati crtanje karakterističnih rezultata.
- 3) Izvršiti analizu utjecaja nekih parametara matematičkog modela na protok u sustavu, te sistolički i dijastolički tlak u arterijama.

U radu je potrebno navesti korištenu literaturu i eventualno dobivenu pomoć

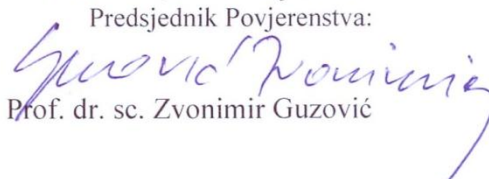
Zadatak zadan:
14. studenog 2011.

Zadatak zadao:


Prof. dr. sc. Zdravko Virag

Rok predaje rada:
1. rok: 10. veljače 2012.
2. rok: 6. srpnja 2012.
3. rok: 14. rujna 2012.

Predviđeni datumi obrane:
1. rok: 15., 16. i 17. veljače 2012.
2. rok: 9., 10. i 11. srpnja 2012.
3. rok: 19., 20. i 21. rujna 2012.

Predsjednik Povjerenstva:

Prof. dr. sc. Zvonimir Guzović

SADRŽAJ

SADRŽAJ	I
POPIS SLIKA	II
POPIS TABLICA.....	III
POPIS OZNAKA	IV
SAŽETAK.....	VI
1. UVOD	1
1.1. Fluid.....	1
1.2. Viskoznost	1
1.3. Poisseuileov zakon	1
2. KRVOŽILNI SUSTAV.....	2
2.1. Građa krvožilnog sustava	2
2.1.1. Srce	4
2.1.2. Sistemske arterije	6
2.2. Krv	8
2.3. Kardiovaskularna regulacija	9
2.4. Plućna fiziologija.....	9
3. MATEMATIČKI MODEL	11
3.1. Jednadžba kontinuiteta	12
3.2. Modificirana Bernoullijeva jednadžba	12
3.3. Dopunske konstitutivne jednadžbe.....	14
3.4. Aktivacijska funkcija.....	15
4. REZULTATI SIMULACIJE.....	19
4.1 Slučaj čovjeka srednje dobi	19
4.1.1. Aktivacijske funkcije	19
4.1.2 Aktivne komore	20
4.1.3 Pasivne komore	22
4.1.3. PV-loop.....	23
4.2 Slučaj čovjeka starije dobi.....	25
5. ZAKLJUČAK	31
LITERATURA.....	32
PRILOZI.....	33

POPIS SLIKA

Slika 1. Profil brzine između dvije paralelne ploče [1]	1
Slika 2. Parabolični profil brzine u cijevi [2]	1
Slika 3. Shematski prikaz cirkulacijskog sustava [3]	3
Slika 4. Građa srca [3]	4
Slika 5. Skica semilunarnog zalistka (aortni) [1]	6
Slika 6. Poprečni presjeci krvnih žila [3]	6
Slika 7. Građa arterijske stijenke [1]	8
Slika 8. Izmjena CO ₂ i O ₂ između alveola i pluća u respiratorskom sustavu [3]	10
Slika 9. Shematski prikaz krvotoka [5]	11
Slika 10. Shematski prikaz strujanja između dva spremnika [5]	12
Slika 11. Slika strujnica za slučaj naglog proširenja [6]	13
Slika 12. Prikaz naglog proširenja cjevovoda [6]	13
Slika 13. Mehanička shema modela aortne stijenke (Voigt-ov model)	15
Slika 14. Tipična vremenska promjena faktora za ventrikl i atrij [5]	16
Slika 15. Tipična promjena pasivnog tlaka s volumenom ventrikla [5]	17
Slika 16. Primjer određivanja tlaka unutar ventrikla [5]	18
Slika 17. Aktivacijska funkcija lijevog atrija i ventrikla	19
Slika 18. Ponašanje tlaka i brzine unutar aktivnih komora	20
Slika 19. Ponašanje tlaka, brzine i protoka unutar pasivnih komora	22
Slika 20. PV-loop aktivnih komora	23
Slika 21. PV-loop pasivnih komora	24
Slika 22. Ponašanje tlaka i brzine unutar aktivnih komora za slučaj starije osobe	26
Slika 23. Ponašanje tlaka, brzine i protoka unutar pasivnih komora za slučaj starije osobe ...	26
Slika 24. Promjena E/A omjera sa porastom godina [7]	27
Slika 25. PV-loop aktivnih komora za slučaj starije osobe	29
Slika 26. PV-loop pasivnih komora za slučaj starije osobe	30

POPIS TABLICA

Tablica 1. Vrijednosti parametara aktivacijske funkcije lijevog i desnog ventrikla i atrijsa.....	20
Tablica 2. Usporedba ulaznih parametara aktivnih komora mlađe i starije osobe.....	25
Tablica 3. Usporedba generaliziranog otpora kapilara mlađe i starije osobe.....	25
Tablica 4. Usporedba rezultata dobivenih simulacijom krvotoka mlađe i starije osobe.....	28

POPIS OZNAKA

Oznaka	Jedinica	Opis
A_i	cm^2	Površina presjeka spoja i -te komore
C	$\frac{\text{ml}}{\text{mmHg}}$	Koeficijent podatljivosti
d	cm	Promjer presjeka spoja i -te komore
E	$\frac{\text{mmHg}}{\text{ml}}$	Elastičnost sijenke aktivnih komora pri $V = V_{0s}$
g	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	Gravitacijska konstanta s iznosom 9.80665
h_f	m	Suma linijskih gubitaka
h_{fm}	m	Suma lokalnih gubitaka
i	-	Indeksna notacija broja komore (1÷8)
K_{NP}	-	Koeficijent lokalnog gubitka naglog proširenja
L	m	Duljina komore
M	$\frac{\text{mmHg} \cdot \text{s}^2}{\text{ml}}$	Generalizirani koeficijent inercije
p_i	mmHg	Tlak u i -toj komori
p_s	mmHg	Sistolički tlak u aktivnim komorama
p_d	mmHg	Dijastolički tlak u aktivnim komorama
R	$\frac{\text{mmHg} \cdot \text{s}}{\text{ml}}$	Generalizirani linijski otpor
r	$\frac{\text{mmHg} \cdot \text{s}^2}{\text{ml}^2}$	Generalizirani lokalni otpor
Re	-	Reynoldsova bezdimenzijska značajka
t	s	Vremenska koordinata
t_a	s	Vrijeme u kojem je aktivacijska funkcija maksimalna
t_x	s	Vrijeme završetka ejekcije
t_y	s	Vrijeme završetka izovolumne kontrakcije
V_k	ml	Volumenska konstanta dijastole aktivne komore

V_o	ml	Ravnotežni volumen komore
V_{os}	ml	Volumen sistole
v	$\frac{m}{s}$	Brzina strujanja krvi
Q_i	$\frac{ml}{s}$	Protok krvi kroz i -ti spoj komora
α	-	Koeficijent aktivacijske funkcije
α_y	-	Vrijednost aktivacijske funkcije u trenutku t_y
α_x	-	Vrijednost aktivacijske funkcije u trenutku t_x
λ	-	Faktor trenja
ρ	$\frac{kg}{m^3}$	Gustoća krvi
τ	s	Vremenska konstanta za izovolumnu relaksaciju

SAŽETAK

Model krvotoka s koncentriranim parametrima

U radu je matematički modeliran rad krvožilnog sustava. Krvožilni sustav se sastoji od sistemske i plućne cirkulacije. Definiran je model s koncentriranim parametrima u kojem su komore (lijevi atrij, lijevi ventrikl, sistemske arterije, sistemske vene, desni atrij, desni ventrikl, plućne arterije, plućne vene) karakterizirane tlakom i volumenom, a protok je definiran kroz spojeve komora (mitralni zalistak, aortni zalistak, sistemske kapilare, ulaz u desni atrij, trikuspidalni zalistak, plućni zalistak, plućne kapilare, ulaz u lijevi atrij). Matematički model opisan je s 24 obične diferencijalne jednačbe: osam jednačbi kontinuiteta, osam modificiranih Bernoullijevih jednačbi i osam dopunskih konstitutivnih jednačbi (koje opisuju promjenu tlaka s promjenom volumena). U programskom paketu Matlab razvijen je odgovarajući numerički postupak za rješavanje postavljenog problema metodom Runge-Kutta četvrtog reda točnosti. Analizirana su dva tipična slučaja: osoba srednje dobi i starija osoba. U promatranim slučajevima su prikazani tlakovi i volumeni unutar komora, te protoci kroz spojeve komora. Također su uspoređene i analizirane promjene kliničkih parametara (sistolički i dijastolički tlak, udarni volume, te E i A-val u profilu mitralnog protoka). Zaključeno je da predloženi matematički model dobro prikazuje trendove promjene kliničkih parametara sa dobi.

SUMMARY

A Lumped Model of the Circulatory System

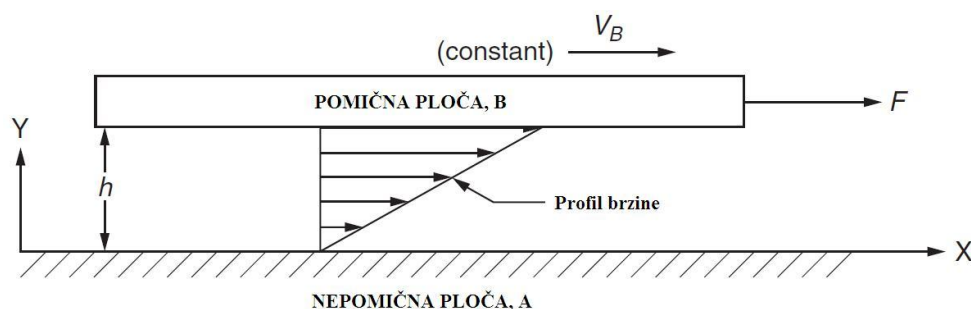
This paper presents mathematically modeled work of the cardiovascular system. The cardiovascular system consists of systematic and pulmonary circulation. A model with concentrated parameters is defined in which chambers (left atrium, left ventricle, systematic arteries, systematic veins, right atrium, right ventricle, pulmonary arteries, pulmonary veins) are characterized by pressure and volume and the flow is defined through the joints of chambers (the mitral valve, aortic valve, systematic capillaries, right atrium inlet, tricuspidal valve, pulmonary valve, pulmonary capillaries and left atrium inlet). The mathematical model is described through 24 ordinary differential equations; eight modified Bernoulli equations, eight continuity equations, eight chamber pressure-volume relationships. The problem is solved in Matlab using fourth order Runge-Kutta method. Two typical subjects of different age (middle age and elderly) were analyzed. In both cases volume and pressure changes in chambers were shown, as well as flow through the chamber joints. Furthermore, clinical parameters (systolic and diastolic pressure, stroke volume and E and A-wave) were also analyzed. It has been concluded that the proposed mathematical model very well mimics the real change of clinical parameters with age.

1. UVOD

1.1. Fluid

Fluid je tvar koja se pod utjecajem i najmanjeg smičnog naprezanja neprekidno deformira (struji). Fluid može biti u kapljevitom i plinovitom stanju. Sile koje se javljaju u fluidu su masene i površinske sile. Masene sile su posljedica položaja mase fluida u gravitacijskom polju dok su površinske sile posljedica dodira čestica fluida ili čestica fluida i stijenke.

1.2. Viskoznost

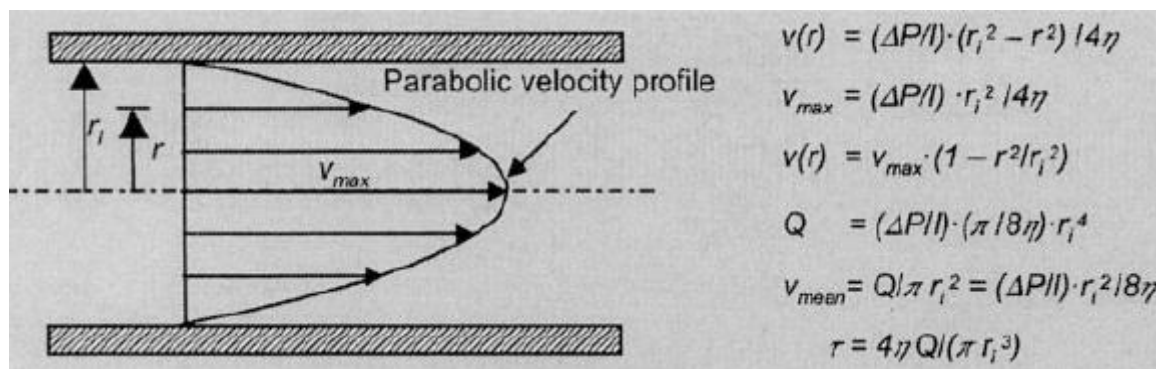


Slika 1. Profil brzine između dvije paralelne ploče [1]

Fluid se nalazi između dvije paralelne ploče. Smična sila, F , na kontaktnoj površini između ploče i fluida daje smično naprezanje. Stupanj deformacije fluida je razlika u brzini fluida različitih slojeva. Ovdje se on da izračunati kao brzina gornje gibajuće ploče sa razmakom do donje mirujuće ploče. Omjer smičnog naprezanja i brzine deformacije fluida je viskoznost. Ukoliko se prilikom promjene smičnog naprezanja brzina deformacije mijenja linearno s naprezanjem, takav fluid nazivamo Newtonskim fluidom.

1.3. Poiseuilleov zakon

Poiseuilleov zakon opisuje relaciju između pada tlaka i protoka, pod uvjetima stacionarnog laminarnog strujanja fluida u okrugloj cijevi, u kojem je profil brzine oblika rotacionog paraboloidea. Protok raste s četvrtom potencijom radijusa, linearno s gradijentom tlaka i opada obrnuto razmjerno s viskoznošću.



Slika 2. Parabolični profil brzine u cijevi [2]

Strujanje u krvnim žilama je uglavnom laminarno, a u režimu strujanja krv se može smatrati Newtonskim fluidom te će se u nastavku Poiseuilleov-a formula koristiti za modeliranje linijskih gubitaka u strujanju kroz spojeve komora.

2. KRVOŽILNI SUSTAV

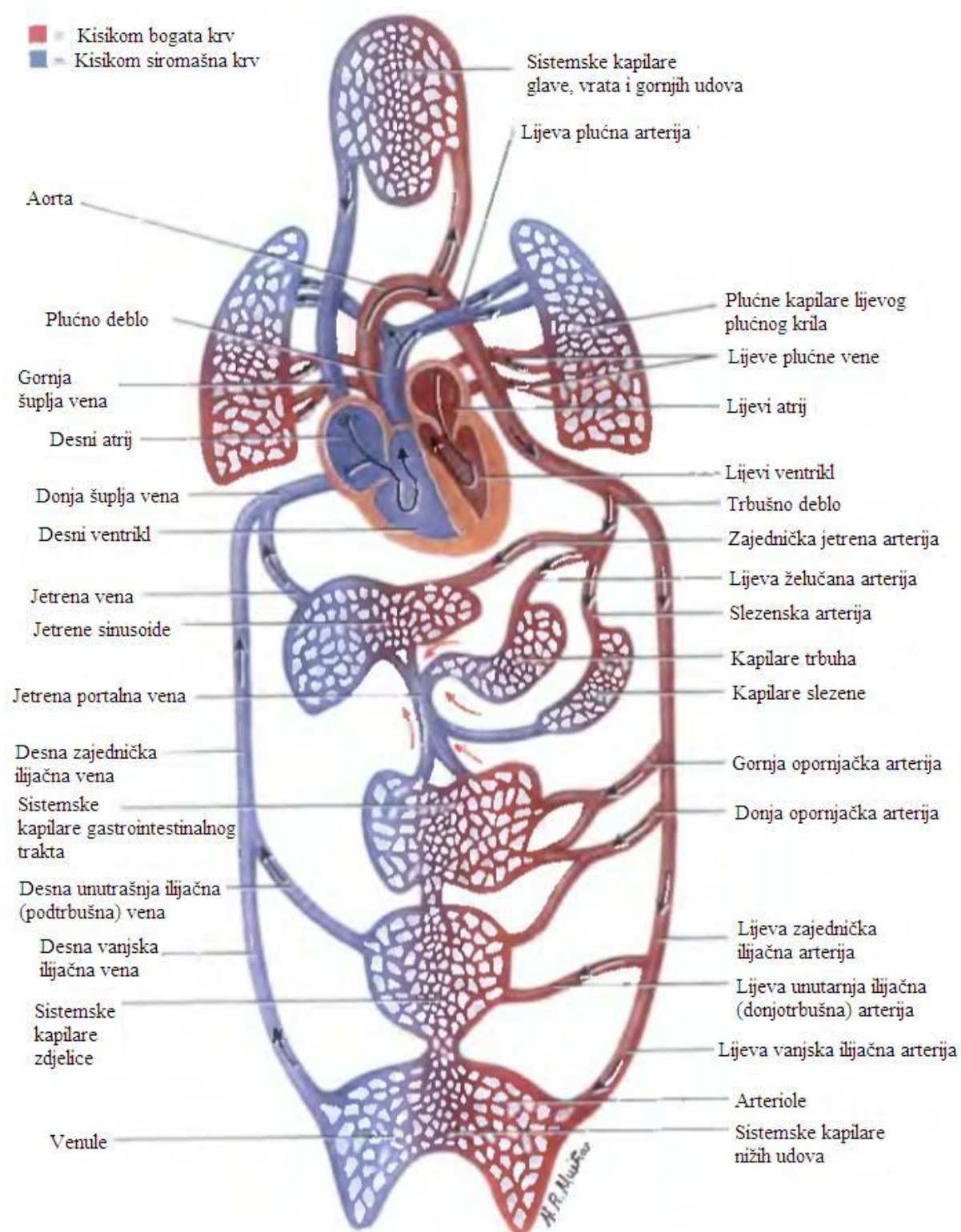
Glavni zadatak krvotoka uz regulaciju tjelesne temperature, dakako, je izmjena hranjivih tvari kao izvora energije prilikom obavljanja bilo kakvih tjelesnih funkcija, te izmjena kisika i ugljičnog dioksida unutar stanica.

2.1. Građa krvožilnog sustava

Krvožilni sustav dijelimo na sistemski i plućni. S obzirom da možemo reći da se srce sastoji od dvije serijski spojene pumpe, desna strana je zadužena za plućnu cirkulaciju, dok je lijeva zadužena za sistemsku cirkulaciju. Srce je organ koji se sastoji od dva atrija (predklijetke) i dva ventrikla (klijetke).

Iz lijevog ventrikla srce pumpa krv u sistemski optok krvi kroz aortu (najveća arterija u cijelome tijelu). Sistemske arterije prenose hranjive tvari i kisik do raznih mišića i organa. U sistemskim kapilarama dolazi do izmjene kisika i ugljik-dioksida između stanica i krvotoka i stoga krv postaje djelomično deoksigenirana. Iz kapilara krv odlazi u venule i potom u vene. Konačno, kroz venu cavu (šuplja vena), krv se transportira u desni atrij i od tamo u desni ventrikl. Desni ventrikl pumpa krv u plućni, još zvan pulmonalni optok, u kojem se kisikom osiromašena krv dovodi do plućnog tkiva, gdje se ugljik-dioksid izmjenjuje sa kisikom u alveolama. Potom se reoksigenirana krv dovodi u lijevu stranu srca (lijevi atrij i lijevi ventrikl), čime je cirkulacija kroz oba optoka krvi zatvorena.

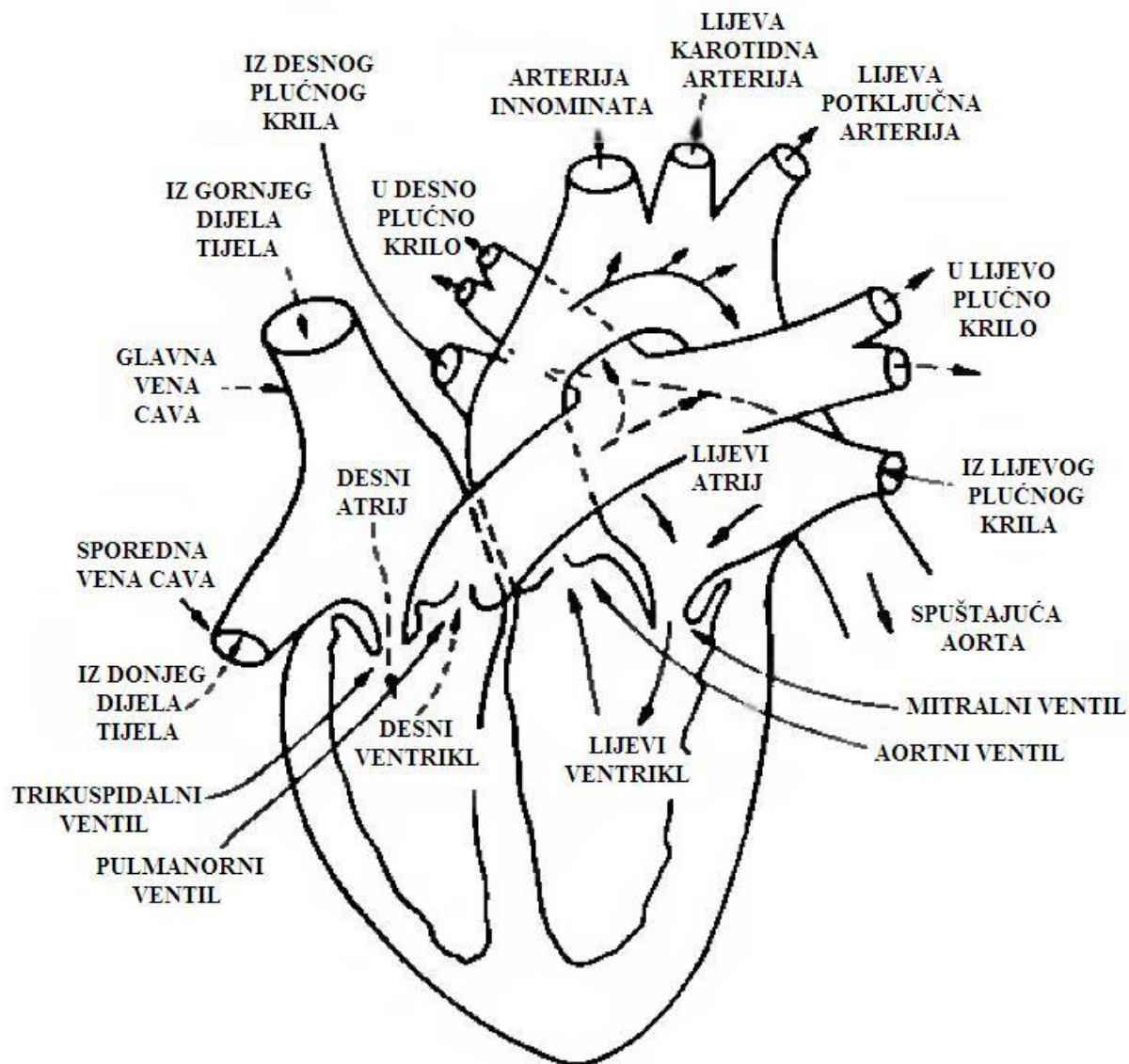
Sistemski i pulmonalni optok krvi se uvelike razlikuju u volumenima krvi i tlakovima koji vladaju u njima. Uobičajene vrijednosti (za zdrave osobe) najvišeg (sistoličkog) i najnižeg (dijastoličkog) tlaka u aorti su 120 i 80 milimetara stupca žive, dok su ti tlakovi u plućnim arterijama 30 i 10 milimetara stupca žive. Pad tlaka u arterijskom optoku iznosi čak 93% ukupnog pada tlaka, dok mu je iznos u plućnom optoku svega 7%. U bilo kojem datom trenutku u sistemskim venama je oko 54% sveukupnog tjelesnog volumena krvi, u sistemskim arterijama 20%, u plućnom optoku 14% i u srcu 12%. [3]



Slika 3. Shematski prikaz cirkulacijskog sustava [3]

2.1.1. Srce

Srce se smatra jedinim izvorom energije koji tjera krv kroz cirkulacijski sustav. Međutim, srce nije neovisna pumpa, već kompleksan organ na koji bitno utječe ostatak kardiovaskularnog sustava.



Slika 4. Građa srca [3]

Kao što je vidljivo na slici, srce se sastoji od četiri komore koje su podjeljene srčanim zidom na dvije strane. Lijevi ventrikl i lijevi atrij su povezani mitralnim zalistkom, koji se ponaša poput jednosmjernog ventila koji se zatvara porastom tlaka u ventriklu te sprječava povratno strujanje krvi u atrij prilikom normalnih uvjeta rada srca. Desni ventrikl i desni atrij povezani su putem trikuspidalnog zalistka, koji ima istu funkciju kao i mitralni zalistak – sprječava povratno strujanje krvi. Osim ventila među komorama, postoje i ventili na izlazima iz srca u sistemski i plućni optok. Kod sistemskog to je aortni zalistak, a kod plućnog to je plućni ili pulmonalni zalistak.

Vrijeme trajanja kardio ciklusa se može podijeliti u aktivni (sistolički) i relaksacijski (dijastolički) stadij. Tokom aktivne faze električna stimulacija podražava ventrikularne mišiće na kontrakciju. Kao rezultat toga, ventrikularni tlak raste izovolumno (izohorno) sve dok se tlak u ventriklu ne izjednači onome u arterijama. U tom trenutku aortni ventil se otvara i propušta krv u aortu. Tokom sistole tlak u ventriklu opada diktirano od strane mišića koji se opušta. Na kraju sistole aortni ventil se zatvara kad tlak u ventriklu padne ispod tlaka koji vlada u aorti i inicira se izovolumna faza relaksacije. Kada tlak u ventriklu padne ispod tlaka u aatriju dolazi do otvaranja mitralnog zalistka i strujanja krvi iz atrijske u ventrikul. To nazivamo dijastolom. Punjenje lijevog atrijske prati sličnu priču. Lijevi atrijski se puni iz plućnog optoka tijekom sistole i puni ventrikul krvlju tijekom dijastole. Međutim, samo 30% ventrikularnog punjenja se zbiva zbog atrijske kontrakcije, a 70% tokom dijastole zbog razlike tlakova koja nastaje relaksacijom ventrikla. Količina krvi ubrizgana iz ventrikla iznosi, po svakom stezanju, oko 70 mL. U mirujućem stanju kroz srce odrasle osobe prođe oko 5 litara krvi, a kako srce kuca otprilike svakih 0.8 sekundi, to odgovara 72 otkucaja srca u minuti. [3]

2.1.1.1. Anatomija srca

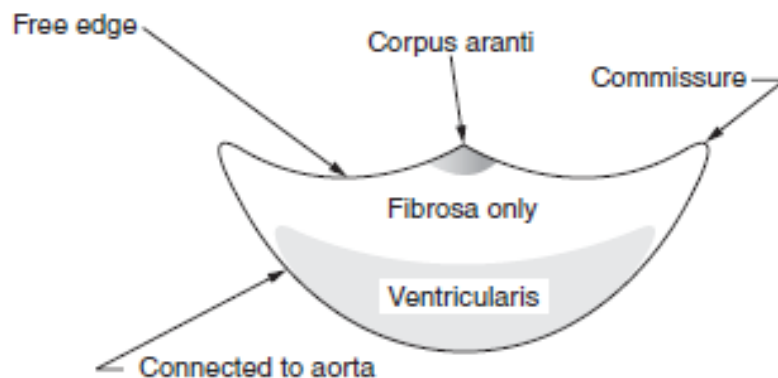
Kako je i prije rečeno, srce ima četiri komore (dva atrijske i dva ventrikla) podjeljenih na dvije strane. Lijeva i desna strana odvojene su septumom. Atrijske su odvojene internim septumom, a ventrikli interventrikularnim septumom. Atrioventrikularni otvori spajaju atrijske i ventrikle.

Stijenke srca građene su od mišićnog tkiva koje nazivamo miokard. Debljina miokarda varira kroz srce i raste s radnim opterećenjem. Atrijske obavljaju manji rad od ventrikla. Iz tog razloga, stijenka atrijske je tanja, otprilike 2mm. Desni atrijski izložen je venskom tlaku sistemskog kruga (do 5 mmHg) i ima debljinu stijenke otprilike 5mm. Najveća količina rada i stoga najdeblja stijenka, otprilike 15mm, je kod lijevog ventrikla, koji ubrizgava krv u aortu.

Zbog dva seta ventila (atrioventrikularnih i semilunarnih), tok krvi je jednosmjern. Atrioventrikularni (AV) ventili su locirani između atrijske i ventrikla. Semilunarni ventili (SV) nalaze se između ventrikla i arterijske. Ventili ne postoje na spojevima ulaza vena u atrijske.

Atrioventrikularni ventili se sastoje od zalistaka (listića) trokutastog oblika. Komora desnog srca ima tri zalistka i od tuda nazivlje trikuspidalni ventil. Ventil u lijevoj komori ima dva zalistka i od tuda naziv bikuspidalni ventil (ili mitralni ventil). Kad se atrijski kontrahira, zalisci vise opuštenu u ventrikul, ali kada se ventrikli kontrahiraju, zalisci se stišću skupa i zatvaraju atrioventrikularni otvor. Tokom kontrakcije ventrikla tetive koje su smještene ispod zalistaka drže i sprječavaju zalistke da uđu u atrijske.

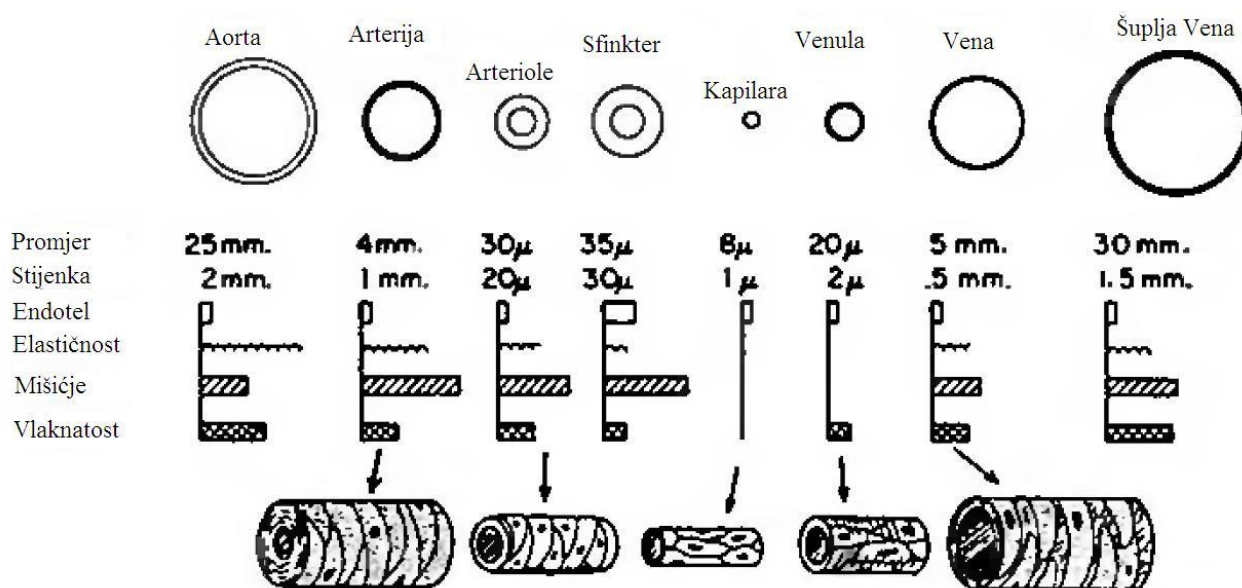
Semilunarni ventili sprječavaju krv da se vrati u srce nakon ubrizgavanja u arterijske. Svaki od semilunarnih ventila sastoji se od tri zalistka oblika mjeseca. Ovi zalistci nemaju tetive za osiguranje. Oni se rastežu pod utjecajem krvi i kada tlak u arterijskoj premaši tlak u ventriklu oni se zatvaraju. Desni semilunarni ventil se također naziva i pulmonalni ventil. Odgovarajući ventil na lijevoj strani srca se naziva aortni ventil.



Slika 5. Skica semilunarnog zalistka (aortni) [1]

2.1.2. Sistemske arterije

Sistemska cirkulacija sastoji se od velikih arterija, manjih arterija i arteriola. Njihova topološka raspodjela čini rasprostranjenu mrežu žila. Totalni poprečni presjek raste sa 5cm kvadratnih na korijenu aorte (najveće arterije) do otprilike 400cm kvadratnih na ulazu u arteriole.



Slika 6. Poprečni presjeci krvnih žila [3]

Ovo su aproksimativne brojke jer je teško odrediti preciznu površinu presjeka žila. Ovo može uzrokovati problem prilikom postavljanja matematičkog modela krvotoka, jer postoje razne prihvaćene teorije o veličinama žila. Međutim to je rješivo ako napravimo podjelu u grupe: velike arterije, male arterije, arteriole i kapilare. Sistemske arterije su karakterizirane jakim, visko-elastičnim stijenkama žila. Stijenke manjih arterija su manje elastične. Stijenke arteriola i kapilara su gotov krute i imaju gladu mišićnu građu nego stijenke aorta, velikih arterija i malih arterija. Promjena svojstava stijenki, zajedno sa širokom mrežom žila omogućuje znatni pad krvnog tlaka i protoka na razini arteriola. Najbitnija regulacija protoka krvi je u

arteriolama. One se ponašaju poput kontrolnih ventila kroz koje se krv pušta u kapilare. Za ovu funkciju, one imaju snažno mišićje koje može zatvoriti žile u potpunosti ili ih može proširiti neovisno jedna o drugoj. Svrha varijacije poprečnog presjeka arteriola je da se utječe na dotok krvi u kapilare ovisno o potrebi tkiva.

Za razliku od arteriola, kapilare nemaju mišićje. Do kapilarne razine grananje krvnih žila je uglavnom binarno. S druge strane, kapilare su poput „močvare“ u kojoj su presjeci jako sitni i stoga protoci vrlo mali. U kapilarama nema pulsiranja toka krvi. Svrha kapilara je izmjena tvari i kisika između krvi i intersticijalnog fluida unutar stanice (ili krvi i alveola ako govorimo o plućnom optoku krvi). Takva difuzija je moguća zbog sporog i konstantnog toka. Kako tok kroz kapilare mora biti spor i konstantan još jedna bitna uloga arterija je prigušenje valova koji nastaju kao rezultat pulsirajućeg toka na ulazu krvi u aortu iz ventrikla. Također, to prigušenje je omogućeno radi razgranate mreže krvnih žila i elasticiteta arterija.

Za razliku od arterija, vene su krvne žile pod niskim tlakom sa manjim brzinama strujanja (zbog većeg promjera), a njihove stijenke su tanje, sa niskim elastičnim svojstvima i slabim otporom strujanju. Vene imaju mišićje koji im omogućuju da šalju krv u druge dijelove krvnog sustava.

Stijenke arterija

Stijenke arterija građene su od raznih elastičnih vlakana i glatkog mišićnog tkiva, koje im omogućuje da se rastežu kako pulsni val propagira po arterijama. Arterije se mogu podijeliti u slijedeće tri grupe na osnovu njihovog elastičnog ponašanja:

-elastične arterije

-muskulturne arterije

-arteriole

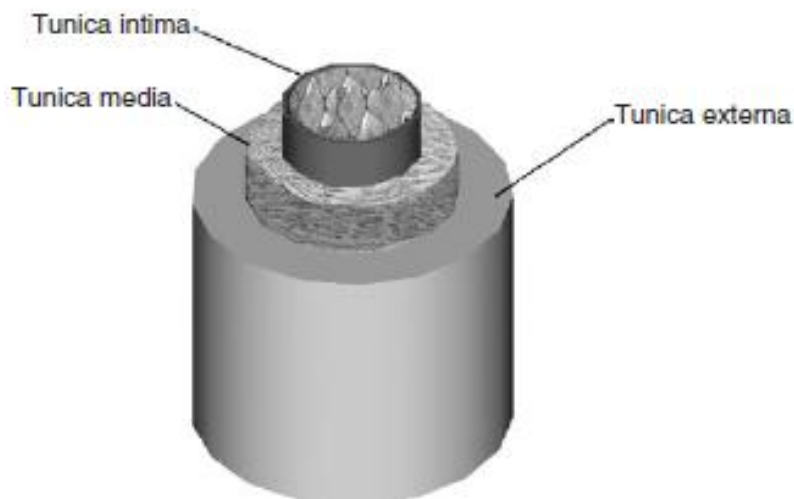
Količina elastičnih vlakana se, u pravilu, smanjuje kako žile postaju sve manje i manje, a mišićje postaje sve jače. Iz tog razloga arterije postaju sve krutije kako se udaljavamo od srca. Parametri kojima opisujemo elastičnost arterije je Youngov modul, koji postaje sve veći za arterije udaljenije od srca i relativna debljina stijenke koja je konstantna za veće arterije ali raste za manje arterije i arteriole.

Arterijska stijenka sastoji se od tri sloja:

-unutarnji sloj, tunica intima

-srednji sloj, tunica media

-vanjski sloj, tunica adventitia (externa)



Slika 7. Građa arterijske stijenke [1]

2.2. Krv

Krv se sastoji od plazme s crvenim krvnim stanicama (eritrociti), bijelim krvnim stanicama (leukociti) i trombocitima. Primarni zadatak eritrocita je prijenos kisika i ugljikovog dioksida. Plazma se sastoji od 93% vode i 3% čestica: elektrolita, proteina, plinova, hranjivih tvari, hormona i štetnih produkata. Leukociti imaju bitnu ulogu u imunološkom sustavu. Trombociti imaju vitalnu funkciju u mehanizmu zgrušavanja krvi; oni nisu stanice nego djelići krvne plazme koji se zovu megakariociti. Eritrociti čine 99% krvnih stanica i oko 40-45% krvi (stanice i plazme); taj postotak se zove hematokrit. Trombociti i leukociti, zajedno, zauzimaju svega 1% volumena krvi. Sve krvne stanice, pa tako i trombociti, su deformabilni. Najdeformabilniji su eritrociti i to svojstvo najviše dolazi do izražaja prilikom njihova prolaska kroz kapilare. Međutim, stanice ne pucaju jer imaju citoskelet koji održava njihov oblik.

Nadalje, krv bi se trebala proučavati kao kapljevina koja sadrži suspenziju fleksibilnih čestica. Kapljevina se smatra Newtonskom ukoliko joj je koeficijent viskoznosti konstantan pri bilo kojem naprezanju. Ovo stanje postoji u većini homogenih kapljevina, uključujući krvnu plazmu. Ali mehaničko ponašanje kapljevina koje sadrže suspenziju čestica se može mijenjati na taj način da kapljevina postane ne-Newtonska. Ove devijacije postaju znatno bitnije kad veličina čestice postaje otprilike podjednaka presjeku kanala kojim fluid teče. Ova situacija se manifestira u mikrocirkulaciji (malim arteriolama i kapilarama). Eksperimentalna istraživanja su pokazala da se krv ponaša poput Newtonskog fluida bez obzira na gore navedene iznimke, ako generaliziramo, iako s obzirom na količinu kapilara u organizmu prevladava ne-Newtonsko ponašanje.

Gustoća krvi iznosi $1050 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ i praktički je nepromjenjiva tako da ju smatramo nestlačivom.

2.3. Kardiovaskularna regulacija

Regulacija krvnog tlaka je kompleksna i uključuje razne kontrolne mehanizme. Biološka funkcija krvnog tlaka je pružanje adekvatnog krvnog protoka raznim organima spojenih na ljudski cirkulacijski sustav. U osnovi, kontrola tlaka osigurava normalnu distribuciju fluida, hormona, elektrolita i ostalih agenata.

Regulacijski sustav sastoji se, primarno, od dva tipa kontrolnih mehanizama: dugoročna kontrola i kratkoročna regulacija. Dugoročna regulacija pruža stabilizaciju krvnog tlaka tokom duljeg perioda vremena (minute, sati, dani) dok je kratkoročna regulacija zadužena za trenutne i akutne cirkulacijske perturbacije (sekunde i minute).

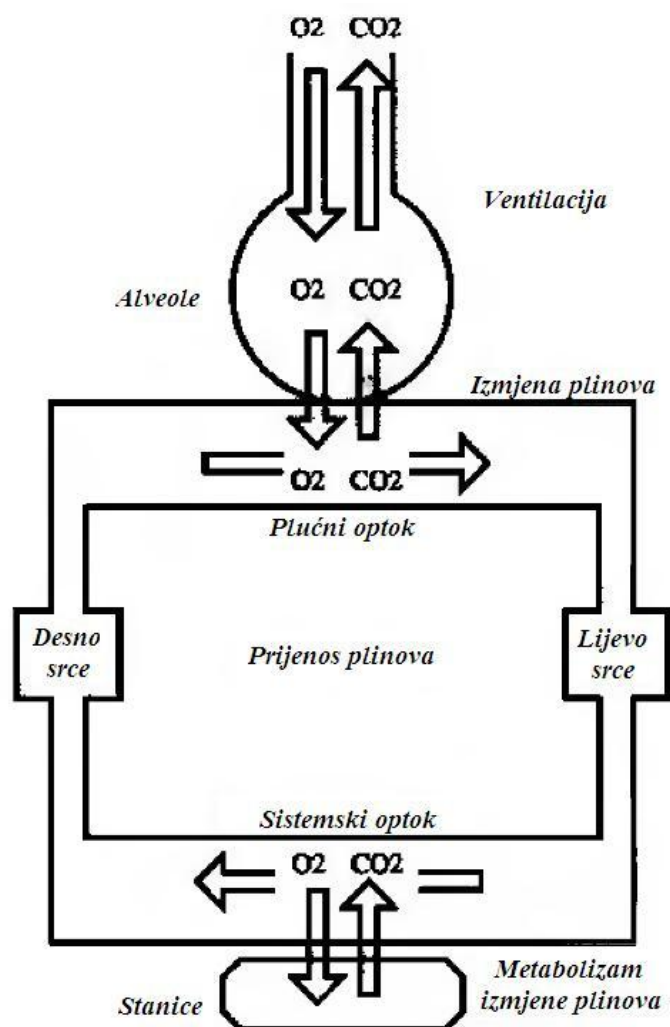
Dugoročna regulacija djeluje uglavnom preko renina i hormona. Bubrezi povećavaju koncentraciju vode i soli što za rezultat ima povećani arterijski tlak. Te promjene u regulaciji vode i soli uzrokuju smanjeni volumen krvi. Efekt mreže također uzrokuje pad tlaka u arterijama. Pad tlaka u arterijama rezultira u izlučivanju renina iz bubrega. Sekrecija renina uzrokuje, između ostalog, formiranje hormona angiotenzina II, koji povećava stezanje žila i tako povećava arterijski tlak. Kratkoročna regulacija je ostvarena autoregulacijom i regulacijom centralnog živčanog sustava. Konačni cilj neuralne regulacije je redistribucija krvnog protoka u različite dijelove tijela. Živci šalju signale srcu i žilama kao odgovor na potrebe različitih regija tijela. Živčane aktivnosti utječu na rad srca i stezanje žila.

2.4. Plućna fiziologija

Glavna funkcija pluća je izmjena kisika i ugljik-dioksida između atmosfere i krvi. Kisik je bitan za život i čovjek u stanju mirovanja konzumira oko 260mL/min. Kisik je dostavljen od atmosfere do organa i tkiva putem pluća i cirkulacijskog sustava. Ugljik-dioksid je štetni produkt metabolizma i odnošen je krvlju u suprotnom smjeru, od tkiva do pluća, gdje se uklanja ventilacijom. Eliminacija ugljik-dioksida iz krvi je 160mL/min. Kako ugljikov dioksid svojim razlaganjem u krvi formira ugljične kiseline, što utječe na razinu pH vrijednosti krvi, njegovo uklanjanje je značajno za kontrolu kiselosti-bazičnosti krvi. To je od velike važnosti jer su kiseli uvjeti povoljni za razvoj bakterija, virusa, gljivica pa čak i tumora. [3]

Respiratorni krug započinje u atmosferi izvan tijela. Zrak ulazi u pluća udisanjem, a 21% volumena atmosferskog zraka sastoji se od kisika. Tijekom udisaja, kisik ulazi u pluća gdje se miješa sa preostalim zrakom koji je ostao u plućima od prethodnog udisaja. Gornji dišni putevi i pluća čine strukturu stabla, još zvanu plućno stablo, spajajući atmosferu sa alveolama, koje su male vrećice ispunjene zrakom. Preko alveola kisik difundira preko membrana u krv plućnih kapilara. Ovom difuzijom sadržaj kisika u alveolama je smanjen i zato u izdisaju zrak sadrži svega 16% kisika.

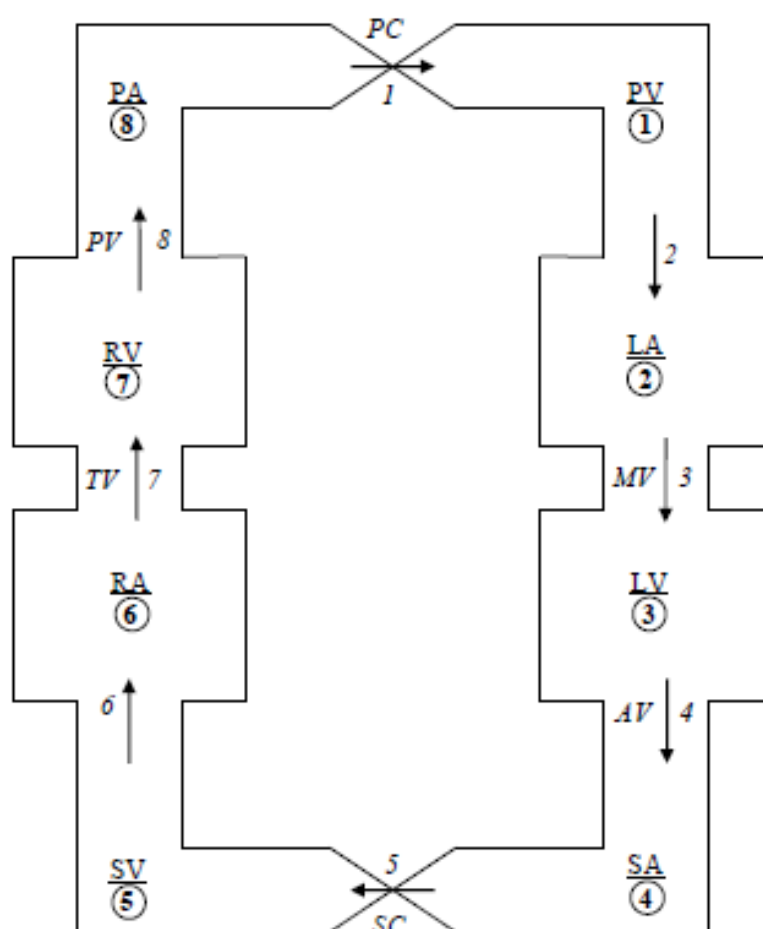
Kada krv teče kroz kapilare tkiva i organa kisik ulazi u stanice putem difuzije gdje je korišten za metabolizam. Metabolizam stvara ugljik-dioksid koji potom ulazi u krv iz stanice putem difuzije i vodi se u plućni optok. U plućnom optoku ugljik dioksid difundira preko membrana u alveolama u zrak i tako napušta organizam putem izdisaja.



Slika 8. Izmjena CO_2 i O_2 između alveola i pluća u respiratorskom sustavu [3]

3. MATEMATIČKI MODEL

Za uspješno postavljanje matematičkog modela potrebno je poznavanje mehaničkog modela, odnosno prikazati sva bitna svojstva, uvođenjem pojednostavljenja mehaničkog modela, koja su nam neophodna za rješavanje našeg problema. Dakle, sam mehanički model treba uzeti u obzir sve parametre bitne za zadatak, ali bi pritom trebao biti što jednostavniji (Albert Einstein: “Everything should be made as simple as possible, but not simpler.”). Naš mehanički model krvotoka u svrhu simplifikacije problema sveden je na osam komora spojenih u seriju, tj. u jednu zatvorenu petlju. Komore su, pisane redoslijedom poštujući tok krvi, slijedeće: plućne vene, lijevi atrij, lijevi ventrikl, sistemske arterije, sistemske vene, desni atrij, desni ventrikl i plućne arterije.



Slika 9. Shematski prikaz krvotoka [5]

U komorama promatramo promjene tlaka i volumena. Ulaze, odnosno izlaze iz komora smatramo spojevima koje smo okarakterizirali pripadajućim protocima. Još jedno od pojednostavljenja koje uvodimo je pretpostavka jednodimenzijalnog strujanja u smjeru najdulje koordinate. Dakle, tok krvi okomit je na presjek žile i pravocrtan je s obzirom na gradijent tlaka.

Uvođenjem prethodno navedenih pretpostavki formiran je matematički model. Zbog brojeva nepoznanica u komorama i spojevima on će se sastojati od 24 obične diferencijalne jednačbe koje će se kasnije rješavati pomoću kompjuterskog paketa „Matlab“.

3.1. Jednadžba kontinuiteta

Komore su opisane jednačbama kontinuiteta uvođenjem pretpostavke o nestlačivosti krvi, odnosno gustoću krvi smatramo konstantnom. Jednačba kontinuiteta za svaku komoru glasi:

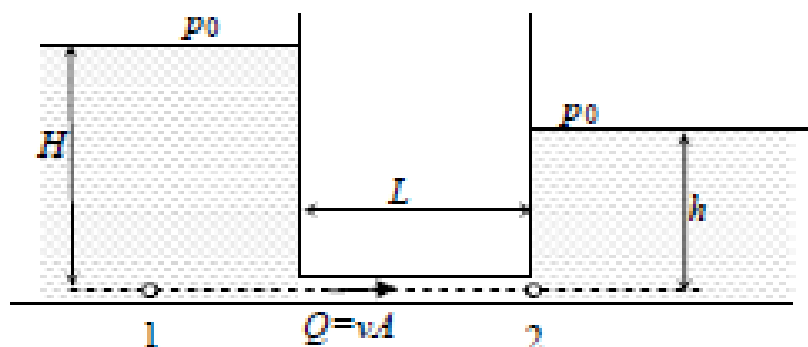
- $\frac{dV}{dt} = Q_{in} - Q_{out}$, gdje Q predstavlja ulazni, tj. izlazni protok

Ako uvedemo oznake komora jednačba kontinuiteta će glasiti:

- $\frac{dV_i}{dt} = Q_{i-1} - Q_i$, i=1 do 8 gdje 0 odgovara 8

3.2. Modificirana Bernoullijeva jednačba

Slijedeća jednačba koju je potrebno definirati je jednačba spojeva. Za to ćemo se poslužiti modificiranom Bernoullijevom jednačbom na primjeru modela dvije spojene posude jednom cijevi dovoljno dugom da nemožemo zanemariti linijske gubitke strujanja (h_f) koji se javljaju kao rezultat otpora strujanju radi trenja između stijenke cjevovoda i fluida.



Slika 10. Shematski prikaz strujanja između dva spremnika [5]

- $h_f = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2g}$; $\lambda = \lambda(k, Re)$ za turbulentno, odnosno

$$\lambda = \lambda(Re) \text{ za laminarno strujanje}$$

S obzirom da u žilama krv struji laminarno, λ će se računati prema jednačbi

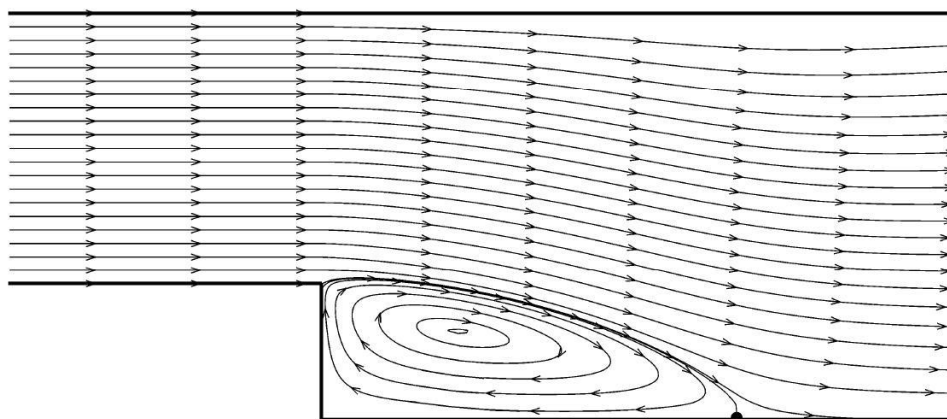
- $\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64\mu}{\rho v D}$

Turbulentno strujanje se javlja samo u slučajevima patološkog stanja, a njima se u okviru ovoga rada ne bavimo.

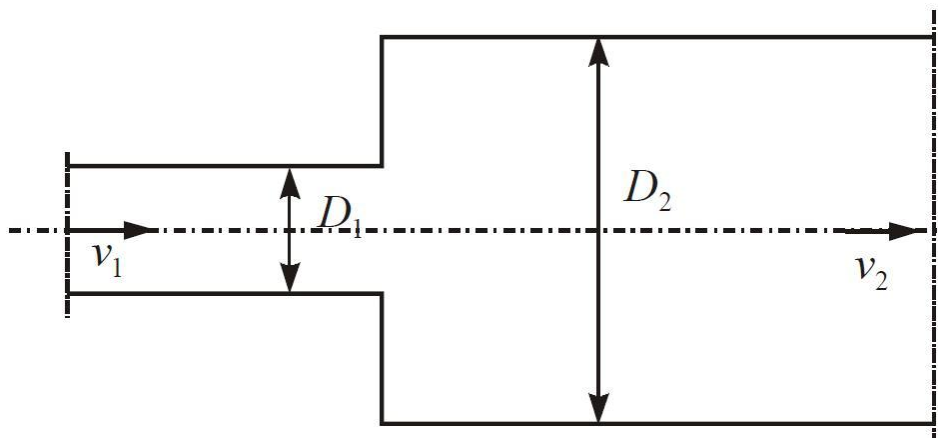
Ako unesemo jednadžbu za λ -u u jednadžbu za linijske gubitke, ona će glasiti:

$$\bullet \quad h_f = \frac{128 \cdot L \cdot \mu}{\rho D^4 \pi g} \cdot Q = R' \cdot Q$$

U Bernoullijevu jednadžbu ćemo također uključiti i neizostavan lokalni gubitak (h_{fm}) naglog proširenja koji je u našem slučaju gubitak zbog utjecanja u veliki spremnik, odnosno komoru. Ne gubi se sva kinetička energija, ali dolazi do disipacije jednog dijela energije kao rezultat nastalog vrtloženja.



Slika 11. Slika strujnica za slučaj naglog proširenja [6]



Slika 12. Prikaz naglog proširenja cjevovoda [6]

- $$h_{fm} = K_{NP} \cdot \frac{v^2}{2g}; \quad K_{NP} = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2, \text{ gdje je } A \text{ površina presjeka žile, odnosno komore}$$
- $$h_{fm} = K_{NP} \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{K_{NP}}{2g \cdot A_1^2} \cdot Q^2 = r' \cdot Q^2$$

Modificiranu Bernoullijevu jednadžbu u svome izvornom obliku zapisuje se u obliku koji je više pogodniji računalu, dakako pritom ne mijenjajući njena fizikalna svojstva.

- $\left(\frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}\right) = \left(\frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g}\right) - \frac{1}{g} \cdot \int_1^2 \frac{\partial v}{\partial t} ds - h_f - h_{fm} \quad / \cdot \rho g$, gdje će članovi sa brzinama indeksiranim sa 2 i 1 biti zanemareni jer se međusobno gotovo poništavaju

Nadalje, potrebno je spomenuti i inercijski član koji se javlja u modificiranoj Bernoullijevoj jednadžbi. Njega se ne smije zaboraviti jer ima veliku fizikalnu važnost u modelu krvotoka. Naime, uočava se strujanje krvi suprotno od očekivanog smjera prema razlici tlaka što je posljedica inercije.

- $\frac{1}{g} \int_1^2 \frac{dv}{dt} ds = \frac{1}{g} \cdot \frac{dv}{dt} \int_1^2 ds = \frac{1}{g} \cdot \frac{dv}{dt} \cdot L \cdot \frac{A}{A} = \frac{1}{g} \cdot \frac{L}{A} \cdot \frac{dQ}{dt}$

Uzevši u obzir prethodno navedene jednadžbe, modificirana Bernoullijeva jednadžba glasi:

- $\rho \cdot \frac{L}{A} \cdot \frac{dQ}{dt} = p_1 - p_2 - \frac{128 \cdot L \cdot \mu}{\rho D^4 \pi g} \cdot Q - \frac{\rho \cdot K_{NP}}{2A_1^2} \cdot Q^2$, tj. ako uvedemo oznake supstitucije konstanti i ako se držimo numeracije komora:
- $M_i \frac{dQ_i}{dt} = p_{i-1} - p_i - R_i Q_i - r_i Q_i^2$

„ M “ – koeficijent inercije

„ R “ – koeficijent linearnih gubitaka

„ r “ – koeficijent lokalnih gubitaka

Na ovaj način pokrili smo šesnaest jednadžbi. Da bi račun bio potpun, s obzirom na broj nepoznanica, nedostaje još osam dopunskih jednadžbi za komore.

3.3. Dopunske konstitutivne jednadžbe

Jednadžba za komoru pet i komoru jedan, odnosno za plućne i sistemske vene glasi:

- $p - p_0 = \frac{1}{C}(V - V_0) = E(V - V_0)$

Tlak p_0 pri $V = V_0$ obično je jednak nuli pa ga nije ni potrebno pisati u primjenjenim jednadžbama. C se naziva koeficijentom podatljivosti (compliance), a E koeficijentom elastičnosti (elastance) i međusobno su recipročni.

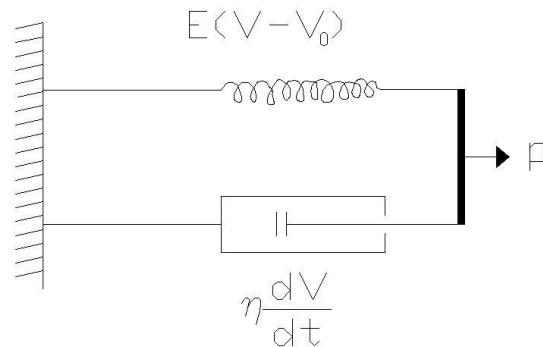
Stoga jednadžbe za plućne i sistemske vene glase:

- $p_5 = E_5(V_5 - V_{5,0})$
- $p_1 = E_1(V_1 - V_{1,0})$

Početni volumeni komora, koji u numeraciji komora imaju nule, su unaprijed određeni. Kao što je i vidljivo iz jednadžbe, tlak će rasti linearno s porastom volumena.

Arterije, s druge strane, su građene od viskoelastičnih stijenki. Što se arterije brže pune, to se brže deformiraju i tako im raste otpor deformiranju. Uzrok tome je, kako je navedeno i objašnjeno u uvodnom dijelu, kolagen i mišićno tkivo. Jednadžbe za plućne i sistemske arterije su iste kao i one za vene, ali imaju još jedan član više koji se odnosi na viskozni dio. Poštujući numeraciju komora prema slici 9, one glase:

- $p_4 = E_4(V_4 - V_{4,0}) + \eta_4 \frac{dV_4}{dt}$
- $p_8 = E_8(V_8 - V_{8,0}) + \eta_8 \frac{dV_8}{dt}$



Slika 13. Mehanička shema modela aortne stijenke (Voigt-ov model)

Početni volumeni komora, kao i kod vena, su unaprijed određeni.

3.4. Aktivacijska funkcija

Aktivne komore, tj. atrijski i ventrikli imaju mišićno tkivo koje se kontrahira na električni podražaj. Njihovo stezanje zavisi i o vremenu i o volumenu.

Aktivacijska funkcija je pokretačka sila modela srca. Ona modelira oslobađanje Ca^{2+} iona, što inicira kontrakciju srčanog mišića. Stoga, aktivacijska funkcija određuje parametar vremena u modelu.

Tlak u ventriklu kreće se između pasivnog (aktivacijska funkcija je nula) tlaka i aktivnog (aktivacijska funkcija je jedan) tlaka i on varira između ta dva iznosa u ovisnosti o vremenu. Stoga uvodimo aktivacijsku funkciju koja zapravo predstavlja faktor interpolacije između pasivnog i aktivnog tlaka i označavamo ga sa $\alpha(t)$.

Tlak u ventriklu, prema tome, u svakom vremenskom trenutku da se prikazati slijedećom jednadžbom:

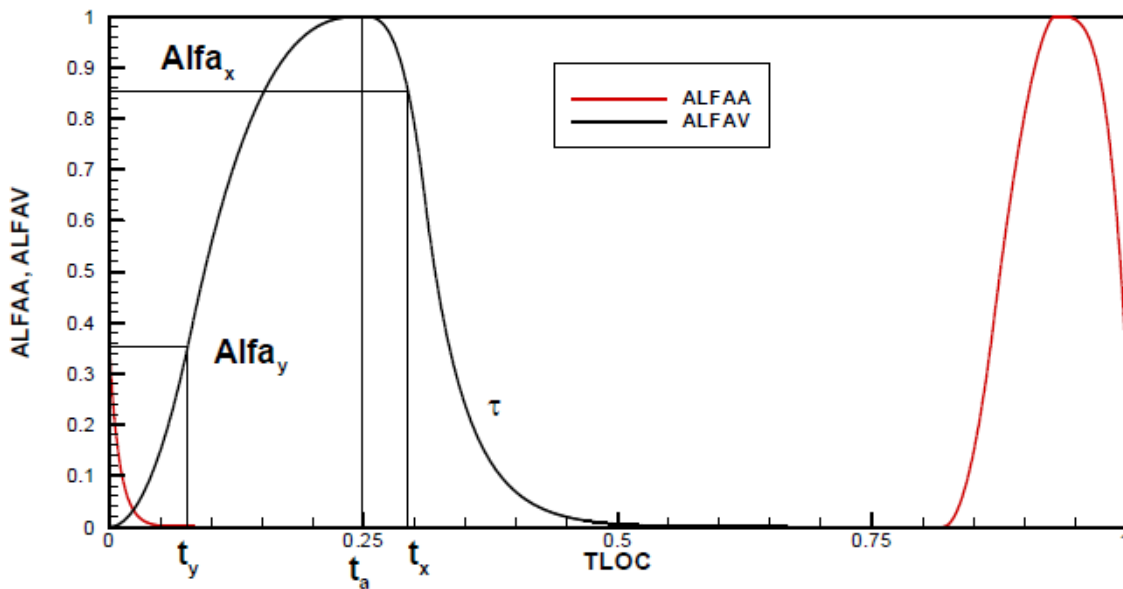
$$\bullet \quad p(t, V) = \alpha(t) \cdot p_s(V) + [1 - \alpha(t)] \cdot p_d(V)$$

Faktor $\alpha(t)$ označuje udio aktivnih sila koje doprinose aktivnom tlaku p_s , odnosno doprinos aktivnog tlaka u stvarnom tlaku unutar ventrikla, a propisuje se unaprijed kao funkcija vremena. Ukoliko se uvede lokalno mjerenje vremena, pri čemu trenutak $t=0$ označuje

početak sistole ventrikla (početak aktivacije mišićja), tada je aktivacijski faktor α definiran funkcijom:

- $\alpha = \alpha_y \left(\frac{t}{t_y} \right)^2$ za $t < t_y$
- $\alpha = 1 - \gamma(t - t_a)^n$ za $t < t_a$
- $\alpha = 1 - \beta(t - t_a)^m$ za $t < t_x$
- $\alpha = \alpha_x \exp\left(\frac{t_x - t}{\tau}\right)$ za $t > t_x$

gdje je t_y vremenski trenutak u kojem je faktor α došao na vrijednost α_y (parametri izovolumne kompresije kod ventrikla). Trenutak t_y otprilike odgovara trenutku otvaranja aortnog zalistka. Poznato je da se vrijednost α_y kreće u rasponu 0.3 do 0.4. Vremenskom konstantnom t_a definirano je vrijeme u kojem se pojavljuje $\alpha=1$, a τ je vremenska konstanta izovolumne relaksacije ventrikla. Parametri α_x i t_x označuju točku početka izovolumne relaksacije. Trenutak t_x odgovara trenutku zatvaranja aortnog zalistka. Dakle, vremenska promjena faktora α je zadana s parametrima $t_y, \alpha_y, t_a, \tau, \alpha_x$ i t_x . Ostali parametri u gore navedenim formulama se određuju iz uvjeta neprekinutosti funkcije α i njene prve derivacije. Na identičan način se modelira i aktivacijska funkcija atrijsa.



Slika 14. Tipična vremenska promjena faktora za ventrikul i atrij [5]

Na slici 14. prikazane su crnom krivuljom aktivacijske funkcije ventrikla, a crvenom krivuljom aktivacijske funkcije atrijsa. Također su i naznačeni parametri koji definiraju oblik aktivacijske funkcije.

Poznato je da je u atriju i ventriklu tlak također zavisn i o volumenu. Jasno je da se volumen mijenja s vremenom. Može se pretpostaviti da je u takvoj formulaciji zavisnost tlaka p_s od volumena nelinearna, međutim, kako je riječ o tako malim nelinearnostima možemo tu krivulju aproksimirati pravcem:

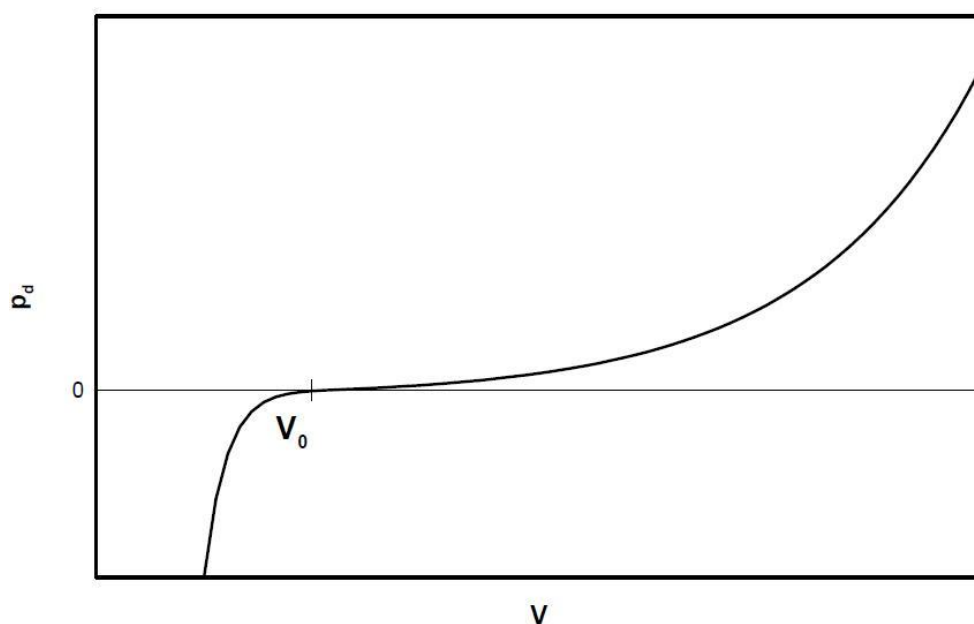
- $p_s = E(V - V_0)$

Valja napomenuti da ovdje volumen V_0 nema nikakvo fizičko značenje već je samo konstanta u linearnom zakonu, koju se bira tako da se u konačnici dobije što realnija promjena tlaka pri zadanom volumenu u nekom vremenskom trenutku u kojem je poznat faktor α .

Za vrijeme dijastole atrijski i ventrikularni se ponašaju poput pasivnih komora s elastičnim stijenkama. S obzirom na građu atrijske i ventrikularne, ne može se pretpostaviti da je elastance ventrikla u uvjetima njegovog pasivnog punjenja konstantan. Pretpostavlja se da će on biti najmanji pri ravnotežnom volumenu (kada je tlak u komori jednak nuli), a s porastom volumena on se povećava. Kod ventrikla se čak može dogoditi da volumen u komori padne ispod ravnotežnog volumena, za slučaj da je tlak u ventriklu negativan, pa se relacija pasivnog tlaka i volumena prikazuje u dva područja:

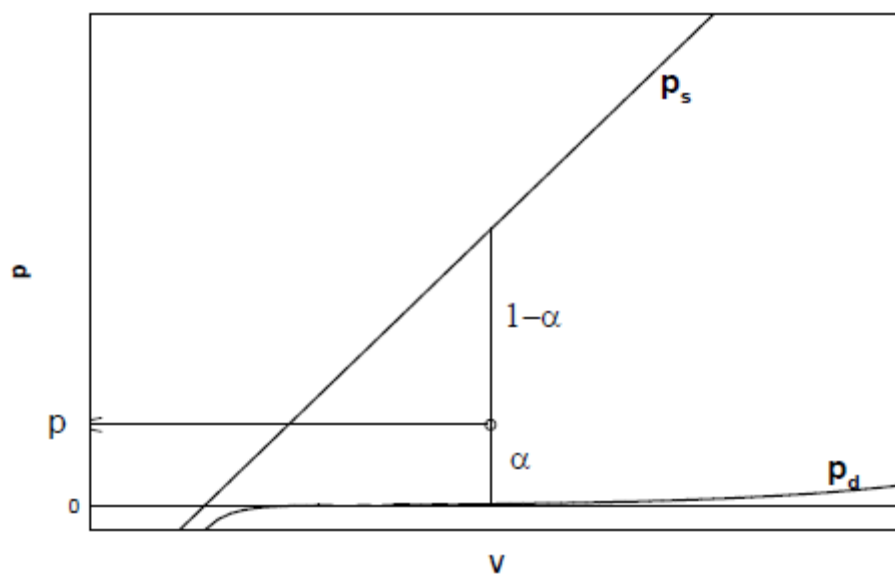
- $p_d = E_d \cdot V_{k+} \cdot \left[e^{\frac{V-V_0}{V_{k+}}} - 1 \right] \text{ za } V > V_0$
- $p_d = E_d \cdot V_{k-} \cdot \left[1 - e^{\frac{V-V_0}{V_{k-}}} \right] \text{ za } V < V_0$

Iz gornjih je relacija jasno da konstanta V_{k+} označuje promjenu volumena kod koje se elastance poveća e puta (isto vrijedi i za konstantu V_{k-}). V_0 je ravnotežni volumen, a E_0 je elastance pri ravnotežnom volumenu. Dakle pasivne karakteristike ventrikla su zadane konstantama V_0, E_0, V_{k+} i V_{k-} . Kod atrijske nije predviđena pojava negativnih vrijednosti tlaka, pa je pasivna karakteristika definirana samo s dijelom formule koji vrijedi za $V > V_0$.



Slika 15. Tipična promjena pasivnog tlaka s volumenom ventrikla [5]

Na slici 15 prikazana je tipična promjena pasivnog tlaka u ovisnosti o volumenu unutar ventrikla.



Slika 16. Primjer određivanja tlaka unutar ventrikla [5]

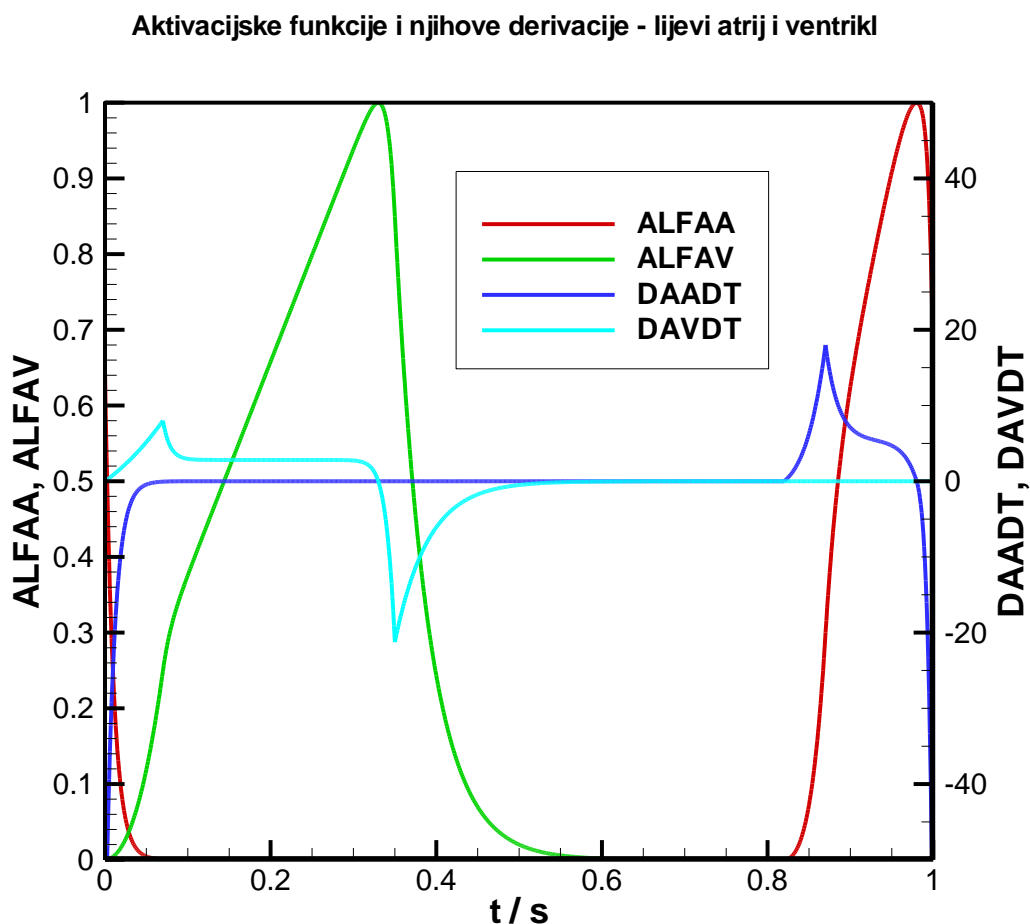
Na slici 15 prikazan je način određivanja trenutnog tlaka, odnosno koeficijenta aktivacijske funkcije jednostavnom interpolacijom između zadanih vrijednosti aktivnog (p_s) i pasivnog (p_d) tlaka.

4. REZULTATI SIMULACIJE

Kao što je prije rečeno postavljeni problem sadrži 24 obične diferencijalne jednačbe koje se rješavaju Runge-Kutta metodom, kao problem početnih vrijednosti, što znači da bi na početku takta trebali poznavati volumene ili tlakove u komorama, te protoke kroz spojeve komora. S obzirom da te početne uvjete ne znamo točno, oni se proizvoljno pretpostave, a integracija se vrši za 10 taktova. Obično se nakon petog-šestog takta utjecaj početnih uvjeta izgubi, tj. rezultati za posljednje taktove se periodički ponavljaju. U nastavku se svi rezultati odnose za posljednji, deseti takt. Integracija je vršena vremenskim korakom jedne milisekunde, a za potrebe crtanja je ispisivan svaki osmi vremenski trenutak. Rezultati simulacija su u obliku grafičkog prikaza vremenske promjene tlakova u komorama i protoka kroz spojeve, te p-V dijagrama za komore iz kojih se može zaključiti o funkciji kardiovaskularnog sustava. Simulirana su dva slučaja krvotoka: jednog zdravog čovjeka srednje dobi i jednog starije dobi, a rezultati se opisuju u nastavku..

4.1 Slučaj čovjeka srednje dobi

4.1.1. Aktivacijske funkcije



Slika 17. Aktivacijska funkcija lijevog atrija i ventrikla

Na slici 17 predložene su aktivacijske funkcije i njihove derivacije. Zelenom i svijetlo plavom bojom je prezentirana aktivacijska funkcija lijevog ventrikla te njena derivacija, a crvenom i

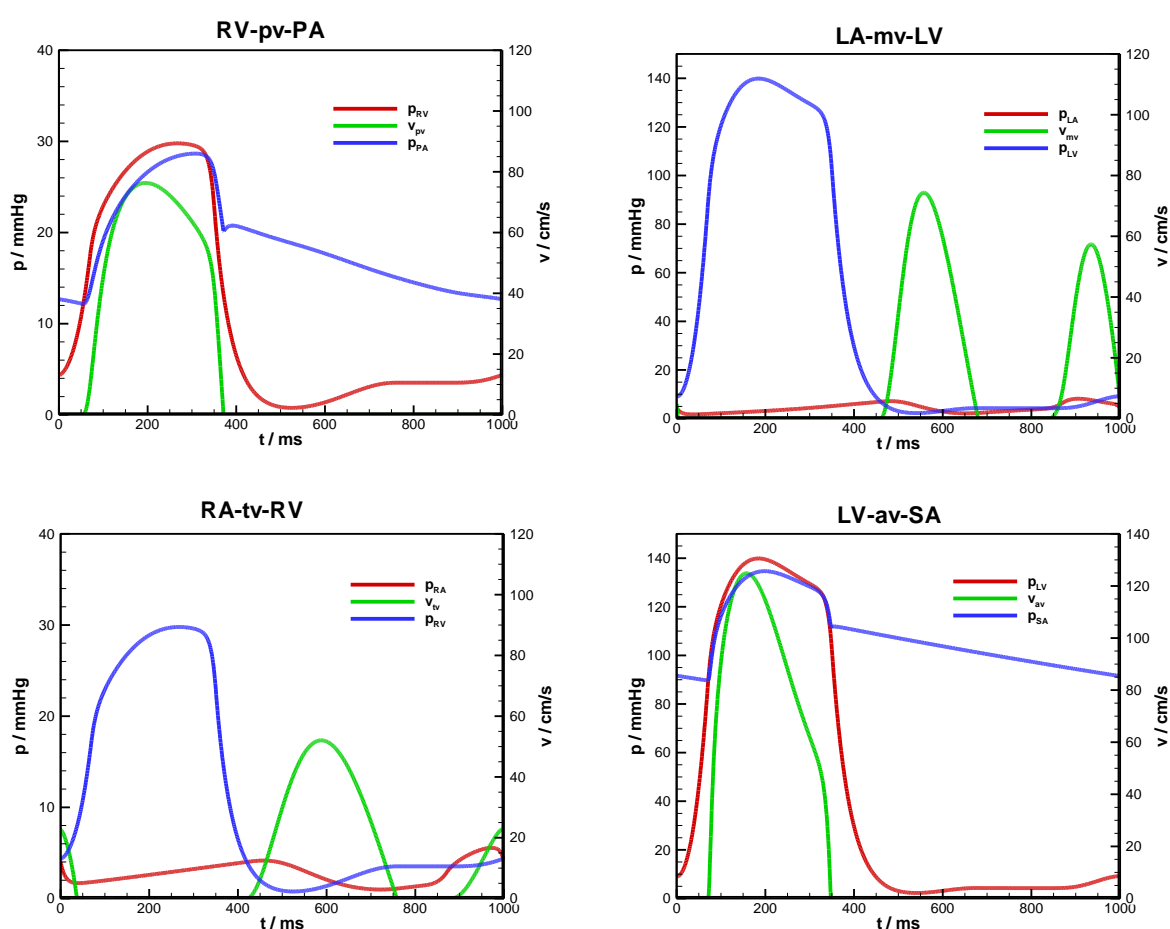
tamno plavom aktivacijska funkcija lijevog atrija i njezina derivacija. Očito da je uvjet neprekinutosti prve derivacije ispunjen.

Tablica 1. Vrijednosti parametara aktivacijske funkcije lijevog i desnog ventrikla i atrija

	t_y	α_y	t_a	τ	α_x	t_x
Ventrikli	70.e-3	0.25	330.e-3	40.e-3	0.85	350.e-3
Atriji	50.e-3	0.3	160.e-3	10.e-3	0.65	180.e-3

Aktivacijska funkcija za desnu stranu srca nije grafički prikazana jer je uzeta kao identična onoj za lijevu stranu srca.

4.1.2 Aktivne komore



Slika 18. Ponašanje tlaka i brzine unutar aktivnih komora

Ukoliko simultano pratimo sliku 17 i sliku 18 možemo vidjeti ovisnost tlaka o aktivacijskoj funkciji. Sporastom aktivacijske funkcije lijevog ventrikla dolazi do porasta tlaka u lijevom ventriklu, a u trenutku kad taj tlak naraste na vrijednost tlaka u arterijama, dolazi do otvaranja aortnog zalistka (do protoka koji je označen zelenom bojom). Jasno je da je za vrijeme kontrakcije lijevog ventrikla mitralni zalistak otvoren, jer je tlak u lijevom ventriklu puno veći nego u lijevom atriju. Na slici je vidljiv vremenski trenutak u kojem je brzina maksimalna, što je uvjetovano najvećom razlikom tlaka između lijevog ventrikla i sistemskih arterija. Prilikom

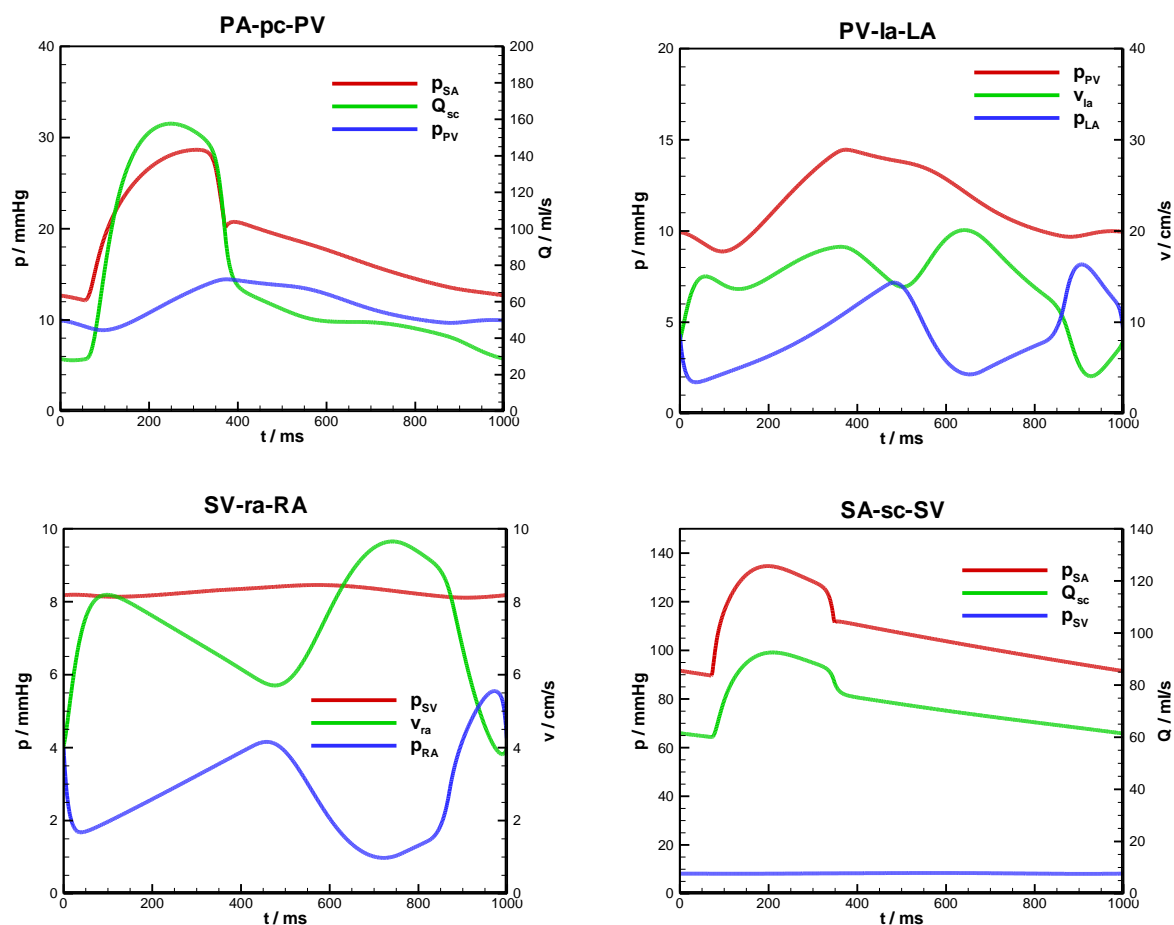
istisnuća krvi iz lijevog ventrikla, dolazi do smanjenja volumena i pada aktivnog tlaka, te bez obzira na porast aktivacijske funkcije dolazi do pada tlaka u lijevom ventriklu. Kada se srce počinje relaksirati (nakon što je aktivacijska funkcija doživjela maksimum) dolazi do naglog pada tlaka u ventiklu, te se može vidjeti na dijagramu da je neko vrijeme tlak u ventriklu niži od tlaka u arterijama, a da se ventrikl i dalje prazni, što je posljedica inercije. Kao što se vidi, brzina kroz aortni zalistak neće poprimiti negativne vrijednosti (što se u realnosti pri zatvaranju zalistka događa) jer smo aortni zalistak modelirali kao idealni nepovratni ventil.

Gotovo identično ponašanje varijabli možemo vidjeti i na spoju desnog ventrikla sa plućnim arterijama, dakako sa nižim tlakovima i brzinama strujanja krvi.

Na spoju lijevog atrijsa i ventrikla neće doći do prestrujavanja krvi sve dok tlak u ventriklu ne padne na onaj koji vlada u atriju. To će se dogoditi, kako se i vidi na slici 18, kad zbog relaksacije lijevog ventrikla tlak u njemu padne ispod tlaka u atriju (to prvo otvaranje mitralnog zalistka se naziva "E-val"). Otprilike u 600-oj milisekundi razlika tlakova je opet negativna na jedan kratki. Međutim, tok krvi je i dalje u smjeru ventrikla radi inercije krvi. Ta pojava prijelaska pozitivnog gradijenta tlaka na negativni pa opet na pozitivni (tzv. "crossover") očituje se samo u dva lokalna maksimuma brzine prestrujavanja krvi iz atrijsa u ventrikl. Drugo otvaranje mitralnog zalistka (tzv. "A-val") je posljedica aktivacije lijevog atrijsa. Kao što je vidljivo iz dijagrama tokom relaksacije lijevog ventrikla je prestrujavanje između komora izraženije nego tokom kontrakcije lijevog atrijsa, što je karakteristično za mlađe osobe. U trenutku kada tlak u ventriklu (zbog ponovne kontrakcije) premaši tlak u atriju dolazi do ponovnog zatvaranja mitralnog ventila i prestanka strujanja među komorama.

Na desnoj strani srca, na spoju desnog atrijsa i ventrikla trikuspidalnim ventilom, uočavamo slično ponašanje tlakova i brzina strujanja, ali s manjim vrijednostima.

4.1.3 Pasivne komore



Slika 19. Ponašanje tlaka, brzine i protoka unutar pasivnih komora

Sa slike 19. vidljivo je da je tlak u plućnim venama promjenjivog karaktera, što također vrijedi i za tlak u lijevom atriju. Međutim, unatoč njihovoj promjenjivoj prirodi, pozitivan gradijent tlaka postojan je kroz cijeli ciklus. Nadalje, kako na spoju tih dviju komora ne postoji ventil, brzina a uzročno-posljedično i protok ne isčezava. Za vrijeme A-vala (kontrakcije atrija) brzina na ulazu u atrij može postati i negativna, što znači da se atrij za vrijeme kontrakcije može prazniti i prema ventriklu i prema venama.

Na spoju sistemskih vena sa desnim atrijem također ne postoji ventil tako da je na račun pozitivnog gradijenta tlaka također postojana brzina, odnosno protok. S obzirom da je tlak sistemskih vena gotovo nepromjenjiv interesantno je vidjeti kako se tlak u desnom atriju i brzina strujanja ponašaju obrnuto proporcionalno, a to je ono što nalaže Bernoullijeva jednadžba.

Takvo ponašanje je moguće vidjeti i na dijagramu koji predstavlja spoj sistemskih arterija i vena preko kapilara. U sistemskim kapilarama, kako je već spomenuto u uvodnome dijelu rada, nema većih promjena tlaka zbog njihove razgranutosti, duljine i zanemarive promjene otpora strujanju.

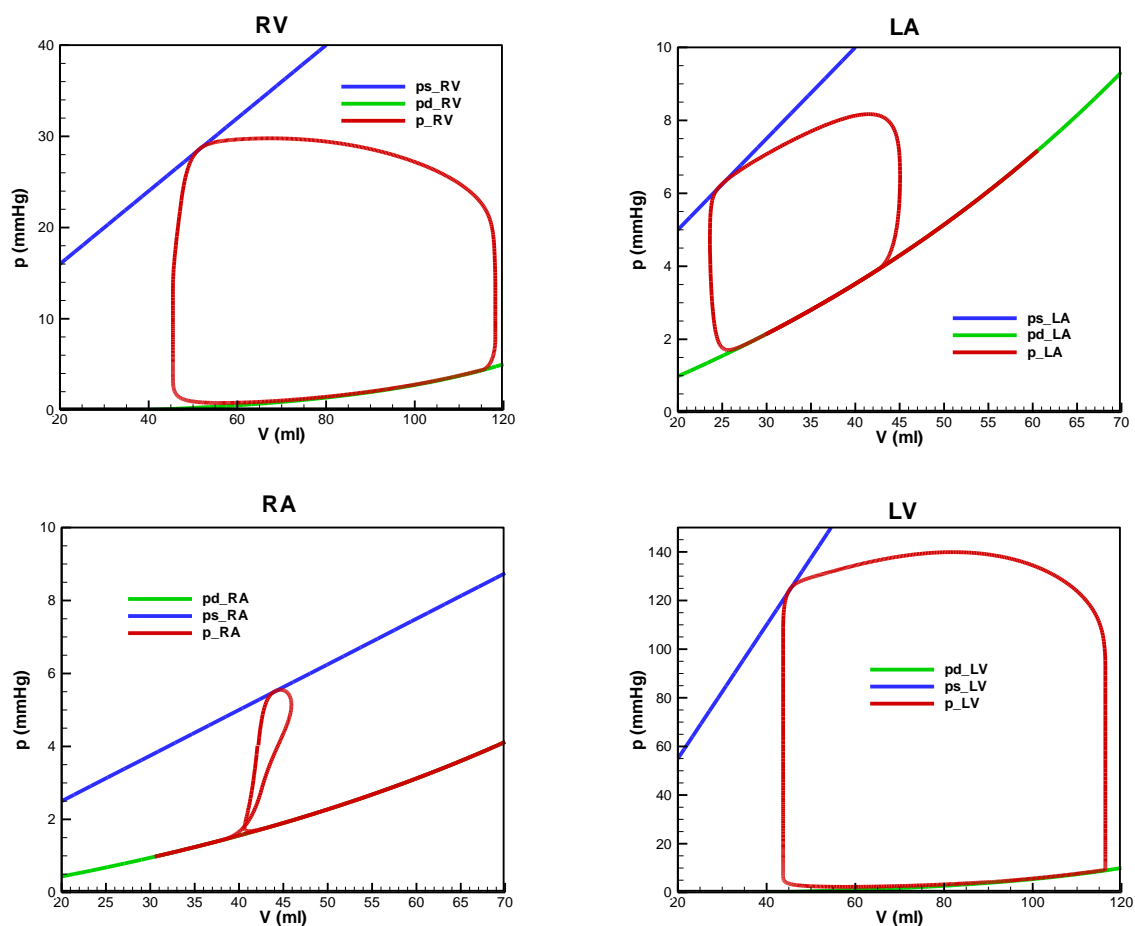
Plućne kapilare predstavljaju spoj plućnih arterija i vena. Kako na drugim spojevima pasivnih komora, tako i na ovome razlika tlakova je pozitivna, a tako i protok.

4.1.3. PV-loop

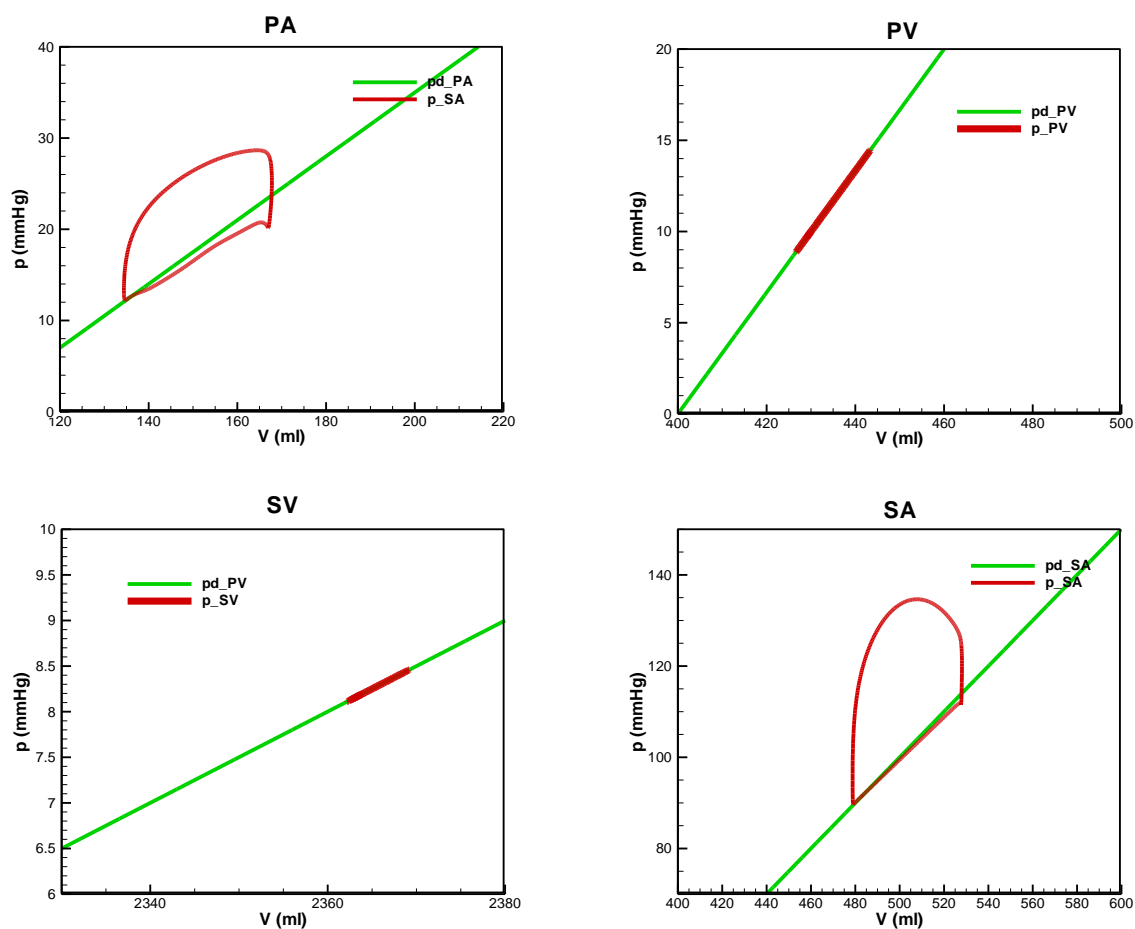
PV-loop je graf koji na ordinatnoj osi ima tlak, a na apscisi volumen. Ako se poslužimo znanjem klasične mehanike, dinamike ili termodinamike moguće je odrediti rad koji srce obavlja na kompresiju kako bi tjeralo krv kroz kardiovaskularni sustav.

- $dW = p dV \rightarrow W_{1-2} = \int_1^2 p dV$

Kako je vidljivo iz gore navedene formule, površina unutar omeđenog dijela dijagrama predstavlja stvaran rad utrošen od strane srca na krv. S obzirom da je ovdje krv definirana kao sustav, radi se o lijevokretnom procesu u kojem upravo ona troši koristan rad.



Slika 20. PV-loop aktivnih komora



Slika 21. PV-loop pasivnih komora

Za plućne i sistemske vene je pretpostavljeno da su idealno elastične i ponašaju se kao spremnici pri čijoj se promjeni volumena ne događa disipacija energije. Za razliku od vena, arterije su modelirane kao visko-elastične komore u čijim stijenkama se zbog viskoznosti mehanička energija pretvara u unutarnju energiju. Količina disipirane energije definirana je površinom u p-V dijagramu (smjer odvijanja procesa je suprotan od p-V dijagrama lijevog ventrikla) što znači da je riječ o desnokretnom ciklusu u kojem krv predaje koristan rad komorama.

4.2 Slučaj čovjeka starije dobi

Kod osoba starije dobi promjene u karakteristikama krvožilnog sustava mogu biti od znatnog utjecaja na zdravlje. Hipertrofija lijevog ventrikla, otkazivanje srca, atrijska fibrilacija (najčešći tip aritmije srca) su samo neke od negativnih pojava čija prisutnost dramatično raste sa starenjem. Ljudski organizam je vrlo kompleksan sustav, ali ako generaliziramo, možemo zaključiti da je glavni uzrok tim pojavama porast elastance-a određenih komora srca, tj. pad koeficijenta podatljivosti srca i porast otpora strujanju u sistemskim i plućnim kapilarama. U ovome dijelu simulacije je upravo pretpostavljena takva promjena tih parametar krvožilnog sustava, što je prikazano u tablicama 2 i 3.

Tablica 2. Usporedba ulaznih parametara aktivnih komora mlade i starije osobe

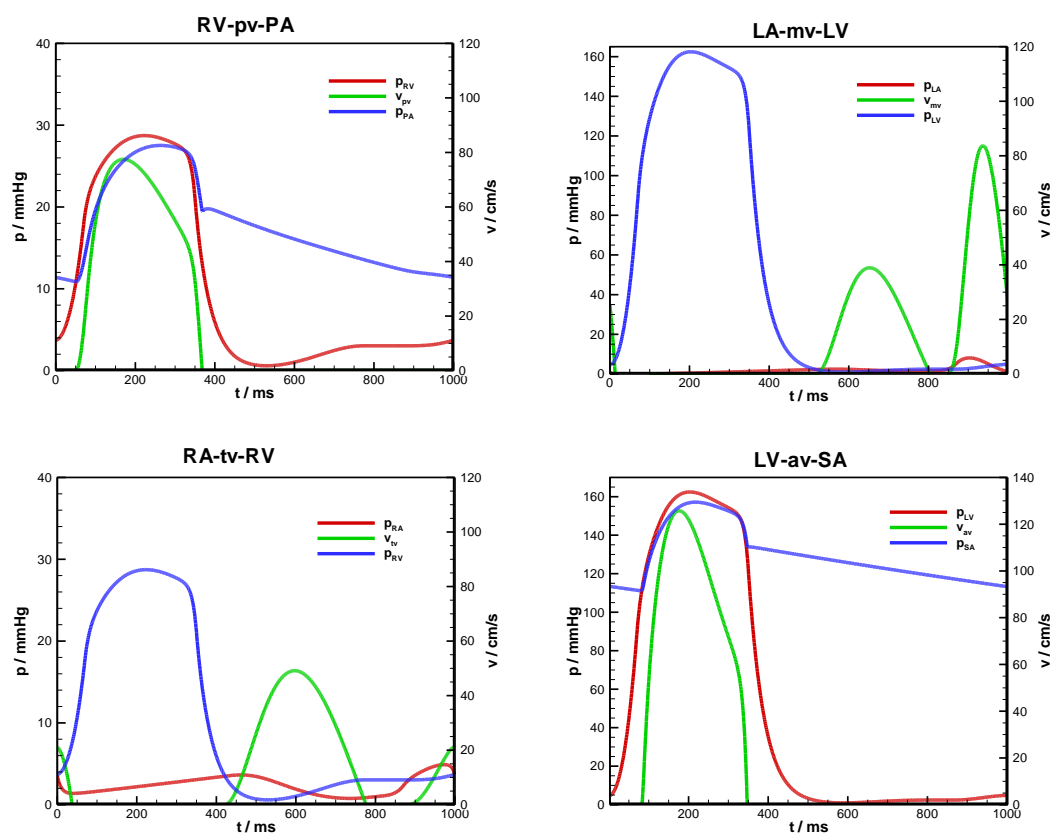
Ulazni parametri komora	Vrijednosti ulaznih parametara u komorama					
	Lijevi atrij		Lijevi Ventrikl		Desni ventrikl	
	M	S	M	S	M	S
Elastance dijastole E , mmHg/ml	0.0904	0.0604	0.0391	0.0604	-	-
Ravnotežni volumen dijastole V_0 , ml	10	20	10	40	-	-
Volumenska konstanta dijastole V_k , ml	60	660	40	640	-	-
Volumen sistole V_0s , ml	0	10	0	-10	-20	-7
Elastance sistole E , mmHg/ml	0.25	0.342	-	-	0.4	0.5

Ćelije unutar tablice 2. koje su ostale prazne su one u kojima nisu različiti parametri za ova dva slučaja.

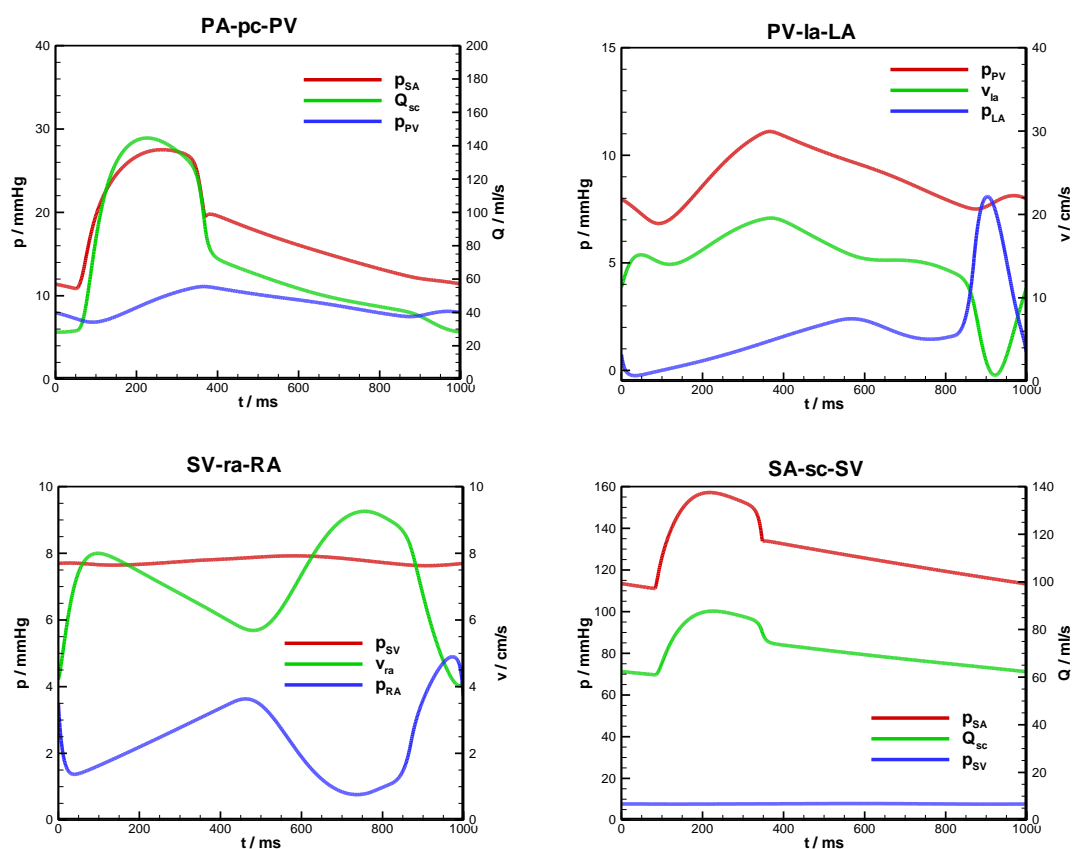
Tablica 3. Usporedba generaliziranog otpora kapilara mlade i starije osobe

Vrijednosti generaliziranog otpora kapilara R , mmHg/ml			
Sistemske kapilare		Plućne kapilare	
M	S	M	S
1.3534	1.6917	0.0977	0.1218

U tablicama 2,3 i 4 navedeni su parametri čije vrijednosti se razlikuju u simulacijama za slučaj mlade osobe (označeno sa "M") i starije osobe (označeno sa "S").

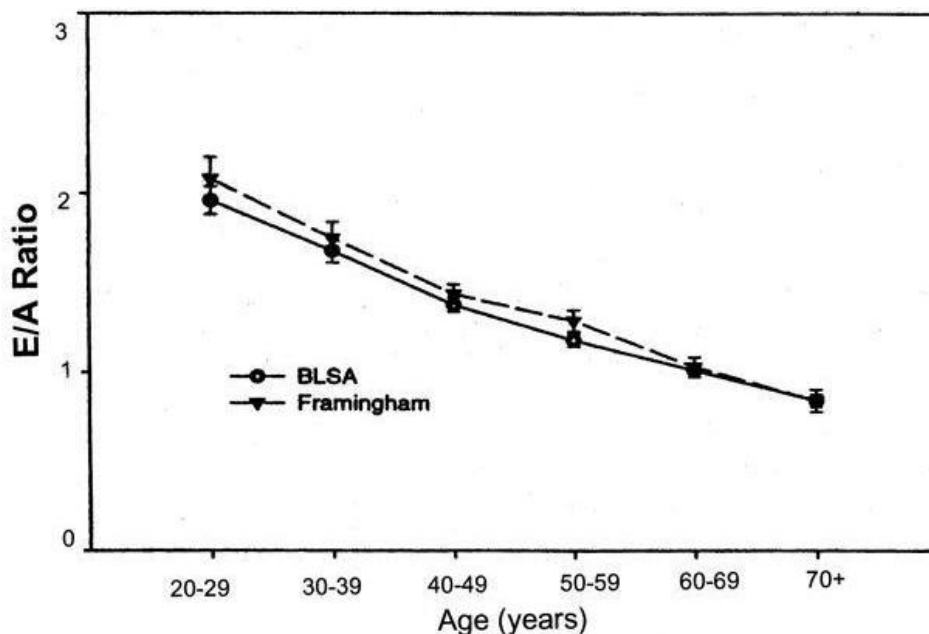


Slika 22. Ponašanje tlaka i brzine unutar aktivnih komora za slučaj starije osobe



Slika 23. Ponašanje tlaka, brzine i protoka unutar pasivnih komora za slučaj starije osobe

Slika 22 kvalitativno sliči slici 18, koja se odnosi na osobu mlađe dobi. Desna strana srca koja je zadužena da pumpa krv kroz plućni optok više-manje ima iste vrijednosti kao i kod mlađe osobe, međutim to se ne može reći za lijevu stranu srca. Poznato je da kod starijih osoba dolazi do porasta sistoličkog tlaka (takozvana staračka hipertenzija). Kako je vidljivo u tablici 4, tlak lijevog ventrikla veći je čak za 22 mmHg-a. Druga interesantna pojava je smanjenje E-vala, odnosno porast A-vala, kako je prikazano na donjoj slici kroz promjenu omjera maksimalnih brzina u ova dva vala s godinama.



Slika 24. Promjena E/A omjera sa porastom godina [7]

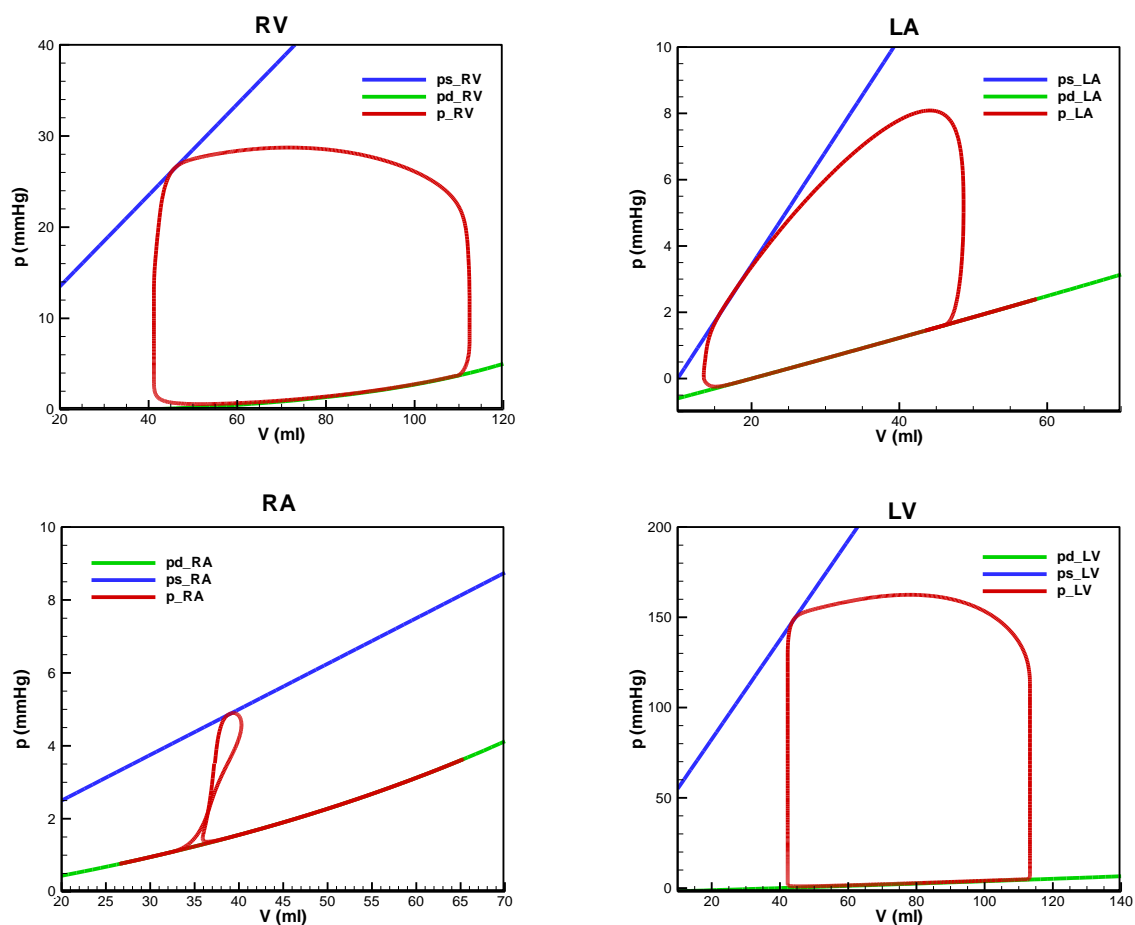
Kako se krutost stijenke povećala sa godinama tako je intenzitet relaksacije oslabio, a samim time i volumen krvi koji prestruji iz atrijske u ventrikul tokom njegove relaksacije. Zato kontrakcijom atrijske veći volumen biva potisnut u atrij u A-valu. Suma površina ispod oba vala na slici 18 i na slici 22 je približno jednaka.

Tablica 4. Usporedba rezultata dobivenih simulacijom krvotoka mlade i starije osobe

	Parametri	M	S
Lijeva strana srca	Maksimalni tlak lijevog atrija p , mmHg	8.2	8.1
	Maksimalni tlak lijevog ventrikla p , mmHg	139.9	162.5
	Brzina strujanja krvi kroz mitralni zalistak u E-valu v , cm/s	74.37	38.96
	Brzina strujanja krvi kroz mitralni zalistak A-valu v , cm/s	57.38	83.75
Desna strana srca	Maksimalni tlak desnog atrija p , mmHg	5.6	4.9
	Maksimalni tlak desnog ventrikla p , mmHg	29.78	28.73
	Brzina strujanja krvi kroz trikuspidalni zalistak v , cm/s	52.05	49.16
	Udarni volumen, ml	72.66	71.12

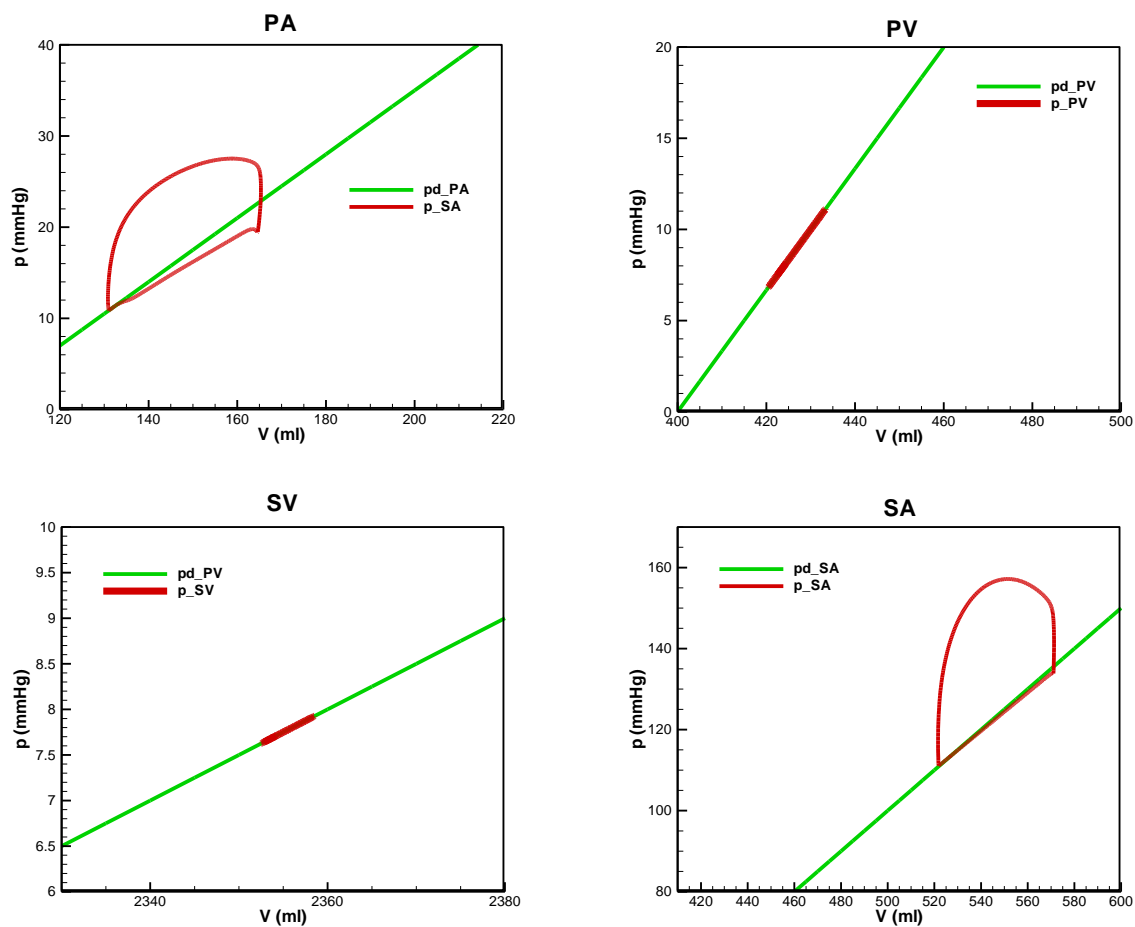
Iz tablice 4 može se vidjeti kako je vrijednost sistoličkog tlaka aktivnih komora starije osobe porasla iznad onog kod mlade osobe i pad, odnosno porast, brzine strujanja krvi u E i A-valu. Također je vidljiv pad udarnog volumena (volumen krvi koja se istisne iz srčanih klijetki tijekom jedne srčane kontrakcije) u krvotoku starije osobe.

Na slici 23 na spojevima koje predstavljaju kapilare vidljiv je porast tlaka sistemskih arterija i nešto slabiji porast tlaka plućnih arterija. Brzina između plućnih vena i lijevog atrija za vrijeme kontrakcije lijevog atrija se približila nuli, a u praksi se pojavljuju i negativne brzine (atrij se prazni prema plućnim venama).



Slika 25. PV-loop aktivnih komora za slučaj starije osobe

PV-loop lijevog atrija i lijevog ventrikla, ako se usporede sa onim mlađe osobe, imaju veću zatvorenu površinu. To ukazuje na veći rad srca koji je potreban za pokretanje krvi kroz krvožilni sustav. Ta površina je rezultat svih promjena parametara koje su izvršene u simulaciji naspram parametara “normalnog tjelesnog stanja”.



Slika 26. PV-loop pasivnih komora za slučaj starije osobe

U sistemskim arterijama, kako se vidi na slici 26, dolazi do veće disipacije energije nego što je slučaj za mlađu dob.

5. ZAKLJUČAK

U radu je matematički modeliran krvožilni sustav za slučaj osobe srednjih godina i starije osobe. Razvijen je računalni program za rješavanje postavljenog matematičkog modela s koncentriranim parametrima Runge-Kutta metodom četvrtog reda točnosti. Analizirano je ponašanje tlaka i volumena aktivnih komora, protoka na spojevima komora i kliničkih parametara (sistolički i dijastolički tlak, udarni volumen, te maksimalne brzine u E i A-valu profila brzine kroz mitralni zalistak). Zaključeno je da uz logičnu pretpostavku promjene ulaznih parametara (otpora i krutosti), matematički model može pokazati ispravne fiziološke trendove promjene tipičnih kliničkih parametara (sistoličkog tlaka i visine E i A vala) uz približno konstantni udarni volumen.

LITERATURA

- [1] Lee Waite: Biofluid Mechanics in Cardiovascular Systems, 2006.
- [2] Nico Westerhof, Nikos Stergiopulos, Marko I.M. Noble: Snapshots of Hemodynamics; An aid for clinical research and graduate education, 2005.
- [3] Johnny T. Ottesen, Mette S. Olufsen, Jesper K. Larsen: Applied Mathematical Models in Human Physiology, 2004.
- [4] Philip I. Aaronson, Jeremy P.T. Ward, Charles M. Wiener, Steven P Schulman, Jaswinder S. Gill: The Cardiovascular System at a Glance, 2000.
- [5] Fabijan Lulić, Zdravko Virag: Matematičko Modeliranje Ljudskoga Krvotoka, podloge za predavanje
- [6] Zdravko Virag, Mario Šavar: Mehanika Fluida I – Što valja zapamtiti, http://www.fsb.unizg.hr/hydro/web_sites/Nastavni_materijali/Mehanika_fluida_I_predavanja_i_vjezbe.htm
- [7] Edward G. Lakatta, Daniel Levy: Arterial and Cardiac Aging: Major Shareholders in Cardiovascular Disease Enterprises - Part II: The Aging Heart in Health: Links to Heart Disease, <http://circ.ahajournals.org/content/107/2/346.full>

PRILOZI

```

glavni program:
clear all
clc

global PCONV RHO TTAKTA TSASV DT T B BO BC VOL Q VEL P
global KOR NTAKT MTAKT
global EXPM COF
% EXPM = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
% COF = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
global ALFAX TX TAU TACT ALFAY TY ALFADC
% TY = vrijeme zavrsetka izovolumne kontrakcije
% ALFAY = vrijednost aktivacijske funkcije u trenutku ty
% ALFADC = vrijednost vremenske derivacije aktivacijske funkcije u ty
% TACT = vrijeme u kojem je aktivacijska funkcija maksimalna (alfa=1)
% TX = vrijeme zavrsetka ejakcije
% ALFAX = vrijednost aktivacijske funkcije u trenutku tx
% TAU = vremenska konstanta za izovolumnu relaksaciju
global BN A2 A3 BETA
% BN = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
% A2 = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
% A3 = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
% BETA = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
global VMIN PMIN EC0 VPKD VS0 ES PKS VD0 VKM ETA
global RINR RRESF RRINF RRESR RRINR RINF RES AF AK

IPA=[2,3,6,7]; % redni brojevi aktivnih komora 2=LA, 3=LV, 6=RA, 7=RV
IPP=[1,4,5,8]; % redni brojevi pasivnih komora 1=PV, 4=SA, 5=SV, 8=PA

% inicijalizacija
RES(1:8)=0; % polje otpora u spojevima komora
ETA(1:8)=0; % polje otpora stijenki aorte
ES(1:8)=0; % polje elastance-a
COF(1:6,1:8)=0; % pomocno polje koeficijenata za funkcije alfa, koje se
racunaju u setalfa

%... Ucitavanje podataka
RHO=1050; % (kg/m**3) gustoca krvi
TTAKTA=1; % (s) trajane takta
TSASV=0.18; % (s) vremenski interval izmedju atrijske i
ventrikularske aktivacije
DT=1.e-3; % (s) korak integracije
MTAKT=10; % broj taktova integracije
KOR=8; % korak ispisa rezultata
NTAKT= round(TTAKTA/DT); % okrugli broj koraka u taktu
DT=TTAKTA/NTAKT; % korigirani korak integracije

%... elastance pasivnih komora i diastole aktivnih komora pri V=V0
EC0(1)=0.3333e6; %E (mmHg/m**3) elastance plucnih vena pri
V=V0
EC0(2)=0.0904e6; %E (mmHg/m**3) elastance diastole lijevog
atrija pri V=V0
EC0(3)=0.0391e6; %E (mmHg/m**3) elastance diastole lijevog
ventrikla pri V=V0
EC0(4)=0.5e6; %E (mmHg/m**3) elastance sistemskih arterija
pri V=V0

```

```

EC0(5)=0.05e6;          %E (mmHg/m**3) elastance sistemskih vena pri
V=V0
EC0(6)=0.04e6;          %E (mmHg/m**3) elastance diastole desnog
atrija pri V=V0
EC0(7)=0.0196e6;        %E (mmHg/m**3) elastance diastole desnog
ventrikla pri V=V0
EC0(8)=0.35e6;          %E (mmHg/m**3) elastance plucnih arterija pri
V=V0

%... ravnotezni volumeni (pasivne komore i diastola aktivnih komora)
VD0(1)=400.e-6;         %V0 (m**3) ravnotezni volumen plucnih vena
VD0(2)=10.e-6;          %V0 (m**3) ravnotezni volumen diastole lijevog
atrija
VD0(3)=40.e-6;          %V0 (m**3) ravnotezni volumen diastole lijevog
ventrikla
VD0(4)=300.e-6;         %V0 (m**3) ravnotezni volumen sistemskih
arterija
VD0(5)=2200.e-6;        %V0 (m**3) ravnotezni volumen sistemskih vena
VD0(6)=10.e-6;          %V0 (m**3) ravnotezni volumen diastole desnog
atrija
VD0(7)=40.e-6;          %V0 (m**3) ravnotezni volumen diastole desnog
ventrikla
VD0(8)=100.e-6;         %V0 (m**3) ravnotezni volumen plucnih arterija
(summa 3100 ml)

%... koeficijenti otpora stijenke aorti
ETA(4)=130.e5;          %(kg/(s*m**4)) koeficijent otpora stijenke
SISTEMSKIH ARTERIJA
ETA(8)=65.e5;           %(kg/(s*m**4)) koeficijent otpora stijenke
PLUCNIH ARTERIJA

%... volumenske konstante za pasivne karakteristike aktivnih komora
VPKD(2)=60.e-6;         %Vk (m**3) volumenska konstanta diastole
LIJEVOG ATRIJA (=0 za linernu karakteristiku)
VPKD(3)=40.e-6;         %Vk (m**3) volumenska konstanta diastole
LIJEVOG VENTRIKLA (=0 za linernu karakteristiku)
VPKD(6)=60.e-6;         %Vk (m**3) volumenska konstanta diastole
DESNOG ATRIJA (=0 za linernu karakteristiku)
VPKD(7)=40.E-6;         %Vk (m**3) volumenska konstanta diastole
DESNOG VENTRIKLA (=0 za linernu karakteristiku)

%... sistola aktivnih komora
VS0(2)=0.e-6;           %V0s (m**3) volumen sistole LIJEVOG ATRIJA
ES(2)=0.25e6;           %E (mmHg/m**3) elastance sistole lijevog
atrija pri V=V0s
VS0(3)=0.e-6;           %V0s (m**3) volumen sistole LIJEVOG VENTRIKLA
ES(3)=2.75e6;           %E (mmHg/m**3) elastance sistole lijevog
ventrikla pri V=V0s
VS0(6)=0.e-6;           %V0s (m**3) volumen sistole DESNOG ATRIJA
ES(6)=0.125e6;          %E (mmHg/m**3) elastance sistole pri desnog
atrija V=V0s
VS0(7)=-20.e-6;         %V0s (m**3) volumen sistole DESNOG VENTRIKLA
ES(7)=0.4e6;            %E (mmHg/m**3) elastance sistole desnog
ventrikla pri V=V0s

```

```

%... aktivacijske funkcije aktivnih komora

TY(2)=50.E-3;           % vrijeme trajanja t_ivc LIJEVOG ATRIJA
ALFAY(2)=0.3;           % alfa prijelaza u t_ivc lijevog atrija
ALFADC(2)=18;           % alfa_derivirano u t_ivc lijevog
atrija
TACT(2)=160.e-3;        %tes   (s) vrijeme za alfa=1 sistole
lijevog atrija
TX(2)=180.e-3;          %Tx     (s) vrijeme prijelaza na
eksponencijalni zakon lijevog atrija
ALFAX(2)=0.65;          %alfax (-) alfa prijelaza na
eksponencijalni zakon lijevog atrija
TAU(2)=10.e-3;          %Tau    (s) vremenska konstanta
relaksacije lijevog atrija

TY(3)=70.E-3;           % vrijeme trajanja ivc LIJEVOG
VENTRIKLA
ALFAY(3)=0.25;          % alfa prijelaza sa ivc lijevog
ventrikla
ALFADC(3)=8;            % alfa_derivirano u t_ivc lijevog
ventrikla
TACT(3)=330.e-3;        %tact   (s) vrijeme za alfa=1 sistole
lijevog ventrikla
TX(3)=350.e-3;          %Tx     (s) vrijeme prijelaza na
eksponencijalni zakon lijevog ventrikla
ALFAX(3)=0.85;          %alfax (-) alfa prijelaza na
eksponencijalni zakon lijevog ventrikla
TAU(3)=40.e-3;          %Tau    (s) vremenska konstanta
relaksacije lijevog ventrikla

TY(6)=50.E-3;           % vrijeme trajanja ivc DESNOG ATRIJA
ALFAY(6)=0.3;           % alfa prijelaza sa ivc desnog atrija
ALFADC(6)=18;           % alfa_derivirano u t_ivc desnog atrija
TACT(6)=160.e-3;        %tact   (s) vrijeme za alfa=1 sistole
desnog atrija
TX(6)=180.e-3;          %Tx     (s) vrijeme prijelaza na
eksponencijalni zakon desnog atrija
ALFAX(6)=0.65;          %alfax (-) alfa prijelaza na
eksponencijalni zakon desnog atrija
TAU(6)=10.e-3;          %Tau    (s) vremenska konstanta
relaksacije desnog atrija

TY(7)=70.E-3;           % vrijeme trajanja ivc DESNOG VENTRIKLA
ALFAY(7)=0.25;          % alfa prijelaza sa ivc desnog
ventrikla
ALFADC(7)=8;            % alfa_derivirano u t_ivc desnog
ventrikla
TACT(7)=330.e-3;        %tact   (s) vrijeme za alfa=1 sistole
desnog ventrikla
TX(7)=350.e-3;          %Tx     (s) vrijeme prijelaza na
eksponencijalni zakon desnog ventrikla
ALFAX(7)=0.85;          %alfax (-) alfa prijelaza na
eksponencijalni zakon desnog ventrikla
TAU(7)=40.e-3;          %Tau    (s) vremenska konstanta
relaksacije desnog ventrikla

%... postavi parametre za alfe(poziva se funkcija setalfa)

```

```

aa=setalfa(2); %postavljanje parametra za aktivacijsku funkciju lijevog
atrija
aa=setalfa(3); %postavljanje parametra za aktivacijsku funkciju lijevog
ventrikla
aa=setalfa(6); %postavljanje parametra za aktivacijsku funkciju desnog
atrija
aa=setalfa(7); %postavljanje parametra za aktivacijsku funkciju desnog
ventrikla

%... Spojevi komora

AF(1)=5.e-4; %A (m**2) površina presjeka PLUCNIH VENA
(otvora ulaza u lijevi atrij)
RINF(1)=13.e-2; %L (m) duljina stupca za inertance otvora
plucnih vena
RES(1)=130.e5; %R (kg/(s*m**4)) generalizirani otpor ulaza u
lijevi atrij (Darcy-ev otpor)
AK(1)=0; %K (-) koeficijent otpora ulaza u lijevi
atrij (mjesni otpor)

AF(2)=5.e-4; %A (m**2) površina otvorenog MITRALNOG
ZALISTKA
RINF(2)=3.5e-2; %L (m) duljina stupca za inertance
mitralnog zalitska
RES(2)=0.e5; %R (kg/(s*m**4)) generalizirani otpor u
mitralnom zalistku (Darcy-ev otpor)
AK(2)=0.2; %K (-) koeficijent otpora ulaza u lijevi
ventricl (mjesni otpor)

AF(3)=3.e-4; %A (m**2) površina otvorenog AORTNOG ZALISKA
RINF(3)=1.5e-2; %L (m) duljina stupca za inertance aortnog
zaliska
RES(3)=0.e5; %R (kg/(s*m**4)) generalizirani otpor ulaza u
aortu (Darcy-ev otpor)
AK(3)=1; %K (-) koeficijent otpora aortnog zalistka
(mjesni otpor)

AF(4)=1.75E-4; %A (m**2) površina SISTEMSKE KAPILARE (vezano
na  $K \cdot 0.5 \cdot \rho \cdot v^2$  i inertance)
RINF(4)=90.e-2; %L (m) duljina stupca za inertance
sistemske arterija
RES(4)=1800.e5; %R (kg/(s*m**4)) generalizirani otpor
SISTEMSKIH KAPILARA
AK(4)=0; %K (-) koeficijent otpora sistemskih kapilara
(mjesni otpor)

AF(5)=10.e-4; %A (m**2) površina otvora SISTEMSKIH VENA
RINF(5)=14.e-2; %L (m) duljina stupca za inertance otvora
sistemskih vena
RES(5)=100.e5; %R (kg/(s*m**4)) generalizirani otpor ulaza u
desni atrij (Darcy-ev otpor)
AK(5)=0; %K (-) koeficijent otpora ulaza u desni atrij
(mjesni otpor)

AF(6)=6.e-4; %A (m**2) površina otvorenog TRICUSPIDNOG
ZALISKA
RINF(6)=6.e-2; %L (m) duljina stupca za inertance
tricuspidnog zaliska

```

```

RES(6)=0; %R (kg/(s*m**4)) generalizirani otpor u
trikuspidalnom zalisku (Darcy-ev otpor)
AK(6)=0.2; %K (-) koeficijent u trikuspidalnom zalisku
(mjesni otpor)

AF(7)=4.e-4; %A (m**2) površina otvorenog PLUCNOG ZALISTKA
RINF(7)=5.e-2; %L (m) duljina stupca za inertance plucnog
zalistka
RES(7)=0; %R (kg/(s*m**4)) generalizirani otpor ulaza
u plucnu arteriju (Darcy-ev otpor)
AK(7)=1; %K (-) koeficijent otpora plucnog zalistka
(mjesni otpor)

AF(8)=4.E-4; %A (m**2) površina PLUCNE KAPILARE (vezano na
0.5*rho*v**2 i i nertance)
RINF(8)=10.e-2; %L (m) duljina stupca za inertance plucnih
arterija
RES(8)=130.e5; %R (kg/(s*m**4)) generalizirani otpor PLUCNIH
KAPILARA
AK(8)=0; %K (-) koeficijent otpora pucnih kapilara
(mjesni otpor)

PCONV=133; %faktor pretvorbe jedinica za tlak iz mmHg u
Pa
%... Konverzija mjernih brojeva u SI sustav
for I=1:8
    ES(I)=ES(I)*PCONV;
    ECO(I)=ECO(I)*PCONV;
end

%... Racunanje otpora i inercijskih clanova za zalistke i spojeve komora
for I=1:8
    RRESF(I)=0.5*RHO/(AF(I)^2); %0.5*rho*v**2
    RRINF(I)=RHO*RINF(I)/AF(I); %rho*L*dv/dt
end

ndata=1001;
for I=1:ndata
    T(I)=TTAKTA/1000.*(I-1);
    ALFALV(I)=ALFA(T(I),3);
    DALVDT(I)=DALFADT(T(I),3);
    T1(I)=T(I)-TTAKTA+TSASV;
    if T1(I)< 0
        T1(I)=T1(I)+TTAKTA;
    end
    ALFALA(I)=alfa(T1(I),2);
    DALADT(I)=DALFADT(T1(I),2);
end

%crtanje aktivacijske funkcije lijevi atrij i ventrikl
figure (1)
plot(T,ALFALV,T,ALFALA)
grid on
legend('alfa_LV','alfa_LA')
figure (2)
plot(T,DALVDT,T,DALADT)
grid on
legend('dalfa/dt_LV','dalfa/dt_LA')

for I=1:ndata

```

```

T(I)=TTAKTA/1000.*(I-1);
ALFARV(I)=alfa(T(I),7);
DARVDT(I)=DALFADT(T(I),7);
T1(I)=T(I)-TTAKTA+TSASV;
if T1(I)< 0
    T1(I)=T1(I)+TTAKTA;
end
ALFARA(I)=alfa(T1(I),6);
DARADT(I)=DALFADT(T1(I),6);
end

%crtanje aktivacijske funkcije desni atrij i ventrikl
figure (3)
plot(T,ALFARV,T,ALFARA)
grid on
legend('alfa_RV','alfa_RA')
figure (4)
plot(T,DARVDT,T,DARADT)
grid on
legend('dalfa/dt_RV','dalfa/dt_RA')

% ispis podataka o aktivacijskoj funkciji lijevog ventrikla i atrija u
% datoteku za program TECPLOT
fid = fopen('LAVALFA.PLT','w');
fprintf(fid,'VARIABLES = "TLOC","ALFAA","ALFAV","DAADT","DAVDT"\n');
fprintf(fid,'ZONE I=%i, F=POINT\n',ndata);
for I=1:ndata
    fprintf(fid,'%e %e %e %e
    %e\n',T(I),ALFALA(I),ALFALV(I),DALADT(I),DALVDT(I));
end
% ispis podataka o aktivacijskoj funkciji desnog ventrikla i atrija u
% datoteku za program TECPLOT
fid = fopen('RAVALFA.PLT','w');
fprintf(fid,'VARIABLES = "TLOC","ALFAA","ALFAV","DAADT","DAVDT"\n');
fprintf(fid,'ZONE I=%i, F=POINT\n',ndata);
for I=1:ndata
    fprintf(fid,'%e %e %e %e
    %e\n',T(I),ALFARA(I),ALFARV(I),DARADT(I),DARVDT(I));
end

% ispis podatke (promjena pasivnog i aktivnog tlaka s volumenom) za
TECPLOT za atrije
aa=PISEA(10.e-6,200.e-6,2);
aa=PISEA(10.e-6,200.e-6,6);
% ispis podatke (promjena pasivnog i aktivnog tlaka s volumenom) za
TECPLOT za ventrikle
aa=PISEV(10.e-6,200.e-6,3);
aa=PISEV(10.e-6,200.e-6,7);
% ispis podatke (promjena pasivnog tlaka s volumenom )za TECPLOT za
pasivne komore
for II=1:4
    I=IPP(II);
    aa=PISEP(VD0(I),VD0(I)+650.e-6,I);
end

%... Pocetni uvjeti - polje B sadrzi brzine (1:8), tlakove(9:16) i
volumene(17:24)
B(1:24)=0;

```



```

%... Zadavanje pocetnih volumena
B(17)=430.e-6;      %(m**3)  pocetni volumen plucnih vena
B(18)=50.e-6;      %(m**3)  pocetni volumen lijevog atrija
B(19)=120.e-6;     %(m**3)  pocetni volumen lijevog ventrikla
B(20)=480.e-6;     %(m**3)  pocetni volumen sistemski arterija
B(21)=2300.e-6;    %(m**3)  pocetni volumen sistemski vena
B(22)=50.e-6;      %(m**3)  pocetni volumen desnog atrija
B(23)=120.e-6;     %(m**3)  pocetni volumen desnog ventrikla
B(24)=160.e-6;     %(m**3)  pocetni volumen plucne arterije

% Izracunavanje pocetnih tlakova
B(9)=PP(B(17),1);      % Pocetni tlak PV
PDLA=PDA(B(18),2);     % Diastolicki tlak
PSLA=PS(B(18),2);      % sistoliski tlak
ALFALA=ALFA(TSASV,2);  % ALFA
B(10)=ALFALA*PSLA+(1.-ALFALA)*PDLA; % Pocetni tlak LA
B(11)=PDV(B(19),3);    % Pocetni tlak LV
B(12)=PP(B(20),4);     % Pocetni tlak SA
B(13)=PP(B(21),5);     % Pocetni tlak SV
PDRA=PDA(B(22),6);     % Diastolicki tlak
PSRA=PS(B(22),6);      % sistoliski tlak
ALFARA=ALFA(TSASV,6);  % ALFA
B(14)=ALFARA*PSRA+(1.-ALFARA)*PDRA; % Pocetni tlak RA
B(15)=PDV(B(23),7);    % Pocetni tlak RV
B(16)=PP(B(24),8);     % Pocetni tlak PA

% Povrsine u cvorovima (sluzi samo za izracunavanje protoka)
AF(4)=1.e-4;
AF(8)=1.e-4;

NTOT=8;                % broj komora
NT=NTAKT*MTAKT/KOR+1;  % broj vremenskih koraka za integraciju
T=0;                   % vrijeme

%... Ispis zaglavlja datoteka za crtanje
FILE(1:8)={'SVEKOM1.PLT' 'SVEKOM2.PLT' 'SVEKOM3.PLT' 'SVEKOM4.PLT'
'SVEKOM5.PLT' 'SVEKOM6.PLT' 'SVEKOM7.PLT' 'SVEKOM8.PLT'};
for I=1:8 % rezultati za sve taktove
    fid1(I) = fopen(FILE{I},'w');
    fprintf(fid1(I),'VARIABLES = "tuk","p","v","Vol","t","I"\n');
    fprintf(fid1(I),'ZONE I=%i, F=POINT\n',NT);
    fprintf(fid1(I),'%e %e %e %e %e
%i\n',T,B(8+I)/PCONV,B(I)/AF(I)*100.,B(16+I)*1.E6,T,I);
end

FIL(1:9)={'KOMORA1.PLT' 'KOMORA2.PLT' 'KOMORA3.PLT' 'KOMORA4.PLT'
'KOMORA5.PLT' 'KOMORA6.PLT' 'KOMORA7.PLT' 'KOMORA8.PLT' 'PROTOCI.PLT'};
for I=1:8 % rezultati za zadnji takt
    fid2(I) = fopen(FIL{I},'w');
    fprintf(fid2(I),'TITLE = "Rezultati zadnji takt"\n');
    fprintf(fid2(I),'VARIABLES = "t","p","v","Vol","tuk","I"\n');
    fprintf(fid2(I),'ZONE I=%i, F=POINT\n',NTAKT+1);
end
I=9;
fid2(I) = fopen(FIL{I},'w');
fprintf(fid2(I),'TITLE = "Volumeni protekli kroz spojeve"\n');
fprintf(fid2(I),'VARIABLES =
"t","V1","V2","V3","V4","V5","V6","V7","V8","tuk"\n');
fprintf(fid2(I),'ZONE I=%i, F=POINT\n',NTAKT+1);

```

```

% ZAVRSIO S UCITAVANJEM PODATAKA I PRELIMINARNIM ISPISIMA

IQW=[8,1,2,3,4,5,6,7]; % brojevi prethodnih komora
IPE=[2,3,4,5,6,7,8,1]; % brojevi slijedećih komora
IPP=[1,4,5,8];          % brojevi pasivnih komora
IPA=[2,3,6,7];          % brojevi aktivnih komora

%... Pocetak integracije
for J=1:NTAKT*MTAKT

    if mod(J,NTAKT)==1
%... Izracunavanje pocetnih tlakova
        B(9)=PP(B(17),1); % Pocetni tlak PV
        PDLA=PDA(B(18),2); % Diastolicki tlak
        PSLA=PS(B(18),2); % sistolicki tlak
        ALFALA=ALFA(TSASV,2); % ALFA
        B(10)=ALFALA*PSLA+(1.-ALFALA)*PDLA; % Pocetni tlak LA
        B(11)=PDV(B(19),3); % Pocetni tlak LV
        B(12)=PP(B(20),4); % Pocetni tlak SA
        B(13)=PP(B(21),5); % Pocetni tlak SV
        PDRA=PDA(B(22),6); % Diastolicki tlak
        PSRA=PS(B(22),6); % sistolicki tlak
        ALFARA=ALFA(TSASV,6); % ALFA
        B(14)=ALFARA*PSRA+(1.-ALFARA)*PDRA; % Pocetni tlak RA
        B(15)=PDV(B(23),7); % Pocetni tlak RV
        B(16)=PP(B(24),8); % Pocetni tlak PA
        QDT(1:8)=0;
    end

%    T=(J-1)*DT;
%    JJ=round((J-1)/NTAKT);
%    IS=0;

%... Sacuvaj stare vrijednosti varijabli
for I=1:24
    BO(I)=B(I);
end

for LL=1:4 %-----Runge-Kutta procedura

%... Derivacija volumena *****
for I=1:8
    BC(16+I)=B(IQW(I))-B(I);
end

%... Derivacije protoka *****
%... Sistemske i plucne kapilare - promjenjivi otpor
for II=2:2:4
    I=IPP(II);
    RESQ=RES(I);
    DP=B(8+I)-B(8+IPE(I));
    RINI=RRINF(I);
    RESI=RRESF(I);
    BC(I)=(DP-RESI*B(I)*abs(B(I))-RESQ*B(I))/RINI;
end
%... Ulaz u lijevi i desni atrij

```

```

BC(1)=(B(9)-B(10)-RRESF(1)*abs(B(1))*B(1)-RES(1)*B(1))/RRINF(1);
BC(5)=(B(13)-B(14)-RRESF(5)*abs(B(5))*B(5)-RES(5)*B(5))/RRINF(5);
%... Zalistci
for II=1:4
    I=IPA(II);
    DP=B(8+I)-B(8+IPE(I));
    RINI=RRINF(I);
    RESI=RRESF(I);
    BC(I)=(DP-RESI*B(I)*abs(B(I))-RES(I)*B(I))/RINI;
    if (B(I) <= 0) & (BC(I) < 0)
        BC(I)=-0.99*B(I)/DT;
    end
end
%... Derivacija tlakova *****
%   Ventrikli
for I=3:4:7
    V=abs(B(16+I));
    TLOC=T-fix(T/TTAKTA)*TTAKTA;
    ALFAV=ALFA(TLOC,I);
    DPDV=ALFAV*DPSDV(V,I)+(1.-ALFAV)*DPDADV(V,I);
    BC(8+I)=DALFADT(TLOC,I)*(PS(V,I)-PDV(V,I))+DPDV*BC(16+I);
end
%... Atriji
for I=2:4:6
    V=abs(B(16+I));
    TPOM=T+TSASV;
    TLOC=TPOM-fix(TPOM/TTAKTA)*TTAKTA;
    ALFAA=alfa(TLOC,I);
    DPDV=ALFAA*DPSDV(V,I)+(1.-ALFAA)*DPDADV(V,I);
    BC(8+I)=DALFADT(TLOC,I)*(PS(V,I)-PDA(V,I))+DPDV*BC(16+I);
end
%... Pasivne komore
for II=1:4
    I=IPP(II);
    V=abs(B(16+I));
    BC(8+I)=BC(16+I)*DPPDV(B(16+I),I)+ETA(I)*(BC(IQW(I))-BC(I));
end
% Runge Kutta metoda
IS=IS+1;
% FIRST ENTRY
if IS == 1
    E=T;
    for I=1:24
        I1=4*I-3;
        F(I)=B(I);
        G(I1)=BC(I)*DT;
        B(I)=F(I)+0.5*G(I1);
    end
    T=E+0.5*DT;
% SECOND ENTRY
elseif IS == 2
    for I=1:24
        I2=4*I-2;
        G(I2)=BC(I)*DT;
        B(I)=F(I)+0.5*G(I2);
    end
    T=E+0.5*DT;
% THIRD ENTRY
elseif IS == 3
    for I=1:24
        I3=4*I-1;

```

```

    G(I3)=BC(I)*DT;
    B(I)=F(I)+G(I3);
    end
    T=E+DT;
% FOURTH ENTRY
elseif IS == 4
    for I=1:24
        I4=4*I;
        I1=I4-3;
        I2=I4-2;
        I3=I4-1;
        G(I4)=BC(I)*DT;
        B(I)=G(I1)+2*(G(I2)+G(I3));
        B(I)=(B(I)+G(I4))/6+F(I);
    end
    IS=0;
end
end %kraj petlje po LL

    for K=1:8
        QDT(K)=QDT(K)+B(K)*DT;
    end
    if mod(J,NTAKT)== 0
        fprintf('PROTOCI U OTKUCAJU BR. ,%i\n',JJ);
        fprintf('%e %e %e %e %e %e %e %e\n',QDT(1:8));
        fprintf(' ');
        QDT(1:8)=0;
    end

    if mod(J,KOR) == 0 %pisi sve
        for I=1:8
            TL=(T-fix(T/TTAKTA)*TTAKTA)*1.e3;
            fprintf(fid1(I),'%e %e %e %e %e %e %e %e\n',T,B(8+I)/PCONV,B(I)/AF(I)*100.,B(16+I)*1.E6,TL,I);
        end
    end

    if J >= (MTAKT-1)*NTAKT %pisi zadnji takt
        for I=1:8
            TL=(T-fix(T/TTAKTA)*TTAKTA)*1.e3;
            fprintf(fid2(I),'%e %e %e %e %e %e %e %e %e %e\n',TL,B(8+I)/PCONV,B(I)/AF(I)*100.,B(16+I)*1.e6,T,I);
        end
        fprintf(fid2(9),'%e %e %e %e %e %e %e %e %e %e\n',T*1.e3,QDT(1:8)*1.e6,TL);
    end

end %kraj J petlje - integracije po vremenu

```

```

setalfa:
function [a]=setalfa(IK);
% IK = broj komore
global EXPM COF
% EXPM = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
% COF = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
global ALFAX TX TAU TACT ALFAY TY ALFADC
% TY = vrijeme zavrsetka izovolumne kontrakcije
% ALFAY = vrijednost aktivacijske funkcije u trenutku ty
% ALFADC = vrijednost vremenske derivacije aktivacijske funkcije u ty
% TACT = vrijeme u kojem je aktivacijska funnkcija maksimalna (alfa=1)
% TX = vrijeme zavrsetka ejakcije
% ALFAX = vrijednost aktivacijske funkcije u trenutku tx
% TAU = vremenska konstanta za izovolumnu relaksaciju
global BN A2 A3 BETA
% BN = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
% A2 = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
% A3 = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
% BETA = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa

%... podrucje od nula do ty
A2(IK)=(ALFADC(IK)*TY(IK)/ALFAY(IK)-2)/TY(IK);
A3(IK)=ALFAY(IK)/TY(IK)^2;
%... podrucje od tact do tx
EXPM(IK)=1;
for ITER=1:100
    FUN=fbet(EXPM(IK),IK);
    DFUN=fbet(EXPM(IK)+0.1,IK);
    FUNC=(DFUN-FUN)/0.1;
    if FUNC == 0
        EXPM(IK)=1.E-3;
        break
    end
    DB=-FUN/FUNC;
    EXPM(IK)=EXPM(IK)+DB;
    if abs(DB) < 1.e-6*abs(EXPM(IK))
        break
    end
end
if ITER >= 100
    error '100 iteracija setalfa'
end
BETA(IK)=ALFAX(IK)*EXPM(IK)^2+ALFAX(IK)/TAU(IK)/(TX(IK)-
TACT(IK))*((TX(IK)-TACT(IK))*EXPM(IK)-1);
%... podrucje od ty do tact
DT=TACT(IK)-TY(IK);
ALFAACC=ALFAX(IK)/TAU(IK)/(TACT(IK)-TX(IK))*exp(EXPM(IK)*(TACT(IK)-
TX(IK)));
COF(4,IK)=0;
COF(3,IK)=1;
DELC=0.01;
for ITER= 1:100
    CCCOF=COF(3,IK);
%... Osnovna tocka
COF(1,IK)=(ALFADC(IK)*exp(-COF(3,IK))+ALFAACC*DT)/(exp(-
COF(3,IK))-COF(3,IK)-1);
F0=ALFA(TY(IK)+0.1e-3,IK)-ALFAY(IK)-ALFA(TACT(IK)-0.1e-3,IK)+1;
DETC=-F0;
%... Derivacije po koeficijentu C
COF(3,IK)=CCCOF+DELC;

```

```

        COF(1, IK) = (ALFADC(IK) * exp(-COF(3, IK)) + ALFAACC * DT) / (exp(-
COF(3, IK)) - COF(3, IK) - 1);
        FCC = ALFA(TY(IK) + 0.1E-3, IK) - ALFAY(IK) - ALFA(TACT(IK) - 0.1E-
3, IK) + 1;
        DET = (FCC - F0) / DELC;
        DC = DETC / DET;

        COF(3, IK) = CCCOF + DC;
        COF(1, IK) = (ALFADC(IK) * exp(-COF(3, IK)) + ALFAACC * DT) / (exp(-
COF(3, IK)) - COF(3, IK) - 1);

        if abs(DC) < 2.e-5
            break
        end
    end
    if ITER >= 100
        error('100 iteracija setalfa')
    end
    ALFA1 = ALFA(TACT(IK) - 0.1e-3, IK);
    COF(4, IK) = 1 - ALFA1;
    a = 'ok';
end

fbet:
function [f] = fbet(W, IK)
% W = ulazna varijabla
% IK = broj komore
global ALFAX TAU TX TACT

f = ALFAX(IK) + ALFAX(IK) / (TAU(IK) * (TX(IK) - TACT(IK))) * ((TX(IK) - TACT(IK)) / W - (1 -
exp(W * (TACT(IK) - TX(IK)))) / (W * W)) - 1;

end

ALFA:
function [ALFA] = alfa(T, I)

% T = vremenski trenutak za koji se racuna aktivacijska funkcija
% I = broj komore
global EXPM COF
% EXPM = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
% COF = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
global ALFAX TX TAU TACT ALFAY TY ALFADC
% TY = vrijeme zavrsetka izovolumne kontrakcije
% ALFAY = vrijednost aktivacijske funkcije u trenutku ty
% ALFADC = vrijednost vremenske derivacije aktivacijske funkcije u ty
% TACT = vrijeme u kojem je aktivacijska funkcija maksimalna (alfa=1)
% TX = vrijeme zavrsetka ejekcije
% ALFAX = vrijednost aktivacijske funkcije u trenutku tx
% TAU = vremenska konstanta za izovolumnu relaksaciju
global BN A2 A3 BETA
% BN = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
% A2 = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
% A3 = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
% BETA = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa

if T < TY(I)
    ALFA = A3(I) * T * T * exp(A2(I) * (T - TY(I)));
elseif T < TACT(I)

```

```

        DT=TACT(I)-TY(I);
        TT=(T-TY(I))/DT;
        ALFA=-COF(1,I)*DT*(0.5-TT)+DT/COF(3,I)*(ALFADC(I)-
COF(1,I))*(1./COF(3,I)-1.+TT)*exp(-COF(3,I)*TT)-COF(1,I)*DT/COF(3,I)*(TT-
1./COF(3,I))*exp(-COF(3,I)*(1.-TT))+COF(4,I);
        elseif T < TX(I)
            ZAGR=(T-TACT(I)-(TX(I)-TACT(I))*exp(-EXPM(I)*(T-
TX(I))))/EXPM(I)+(exp(-EXPM(I)*(T-TX(I)))-1.)/EXPM(I)^2;
            ALFA=ALFAX(I)-ALFAX(I)/TAU(I)/(TX(I)-TACT(I))*exp(EXPM(I)*(T-
TX(I)))*ZAGR;
        else
            ALFA=ALFAX(I)*exp(-(T-TX(I))/TAU(I));
        end
    end

end

DALFADT:
function [f]=DALFADT(T,I)

    % T      = vremenski trenutak za koji se racuna aktivacijska funkcija
    % I      = broj komore
global EXPM COF
% EXPM = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
% COF  = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
global ALFAX TX TAU TACT ALFAY TY ALFADC
% TY      = vrijeme zavrsetka izovolumne kontrakcije
% ALFAY   = vrijednost aktivacijske funkcije u trenutku ty
% ALFADC  = vrijednost vremenske derivacije aktivacijske funkcije u ty
% TACT    = vrijeme u kojem je aktivacijska funkcija maksimalna (alfa=1)
% TX      = vrijeme zavrsetka eejekcije
% ALFAX   = vrijednost aktivacijske funkcije u trenutku tx
% TAU     = vremenska konstanta za izovolumnu relaksaciju
global BN A2 A3 BETA
% BN = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
% A2  = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
% A3  = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa
% BETA = konstante koje se racunaju u funkciji setalfa

    if T < TY(I)
        f=A3(I)*T*exp(A2(I)*(T-TY(I)))*(2.+A2(I)*T);
    elseif T < TACT(I)
        DT=TACT(I)-TY(I);
        TT=(T-TY(I))/DT;
        f=COF(1,I)+(1.-TT)*(ALFADC(I)-COF(1,I))*exp(-COF(3,I)*TT)-
COF(1,I)*TT*exp(-COF(3,I)*(1.-TT));
    elseif T < TX(I)
        f=-ALFAX(I)/TAU(I)/(TX(I)-TACT(I))*(T-TACT(I))*exp(EXPM(I)*(T-
TX(I)));
    else
        f=-ALFAX(I)*exp(-(T-TX(I))/TAU(I))/TAU(I);
    end
end

piše a:
function [err]=PISEA(VMIN,VMAX,I)
% .. potprogram za ispis diastolickog tlaka atrijsa
global PCNV VD0 EC0 VS0 ES VPKD
if I==2
fid = fopen('LA.PLT','w');

```

```

elseif I==6
    fid=fopen('RA.PLT','w');
end

fprintf(fid,' TITLE = "PODACI ZA VENTRIKL"\n');
fprintf(fid,' VARIABLES = "Vol","Pd","Ed","Ps","Es"\n');
fprintf(fid,'ZONE I= 101, F=POINT\n');

DV=(VMAX-VMIN)/100;
for J=1:101
    V=VMIN+(J-1)*DV;
    PS=(V-VS0(I))*ES(I);
    DPSDV=ES(I);
    if VPKD(I)==0
        PDV=(V-VD0(I))*EC0(I);
        DPDVDV=EC0(I);
    else
        PDA=EC0(I)*VPKD(I)*(exp((V-VD0(I))/VPKD(I))-1);
        DPDADV=EC0(I)*exp((V-VD0(I))/VPKD(I));
    end
    fprintf(fid,'%e %e %e %e %e\n',V*1.e6,PDA/PCONV,DPDADV/PCONV*1.E-
6,PS/PCONV,DPSDV/PCONV*1.E-6);
end
err='ok';

end

piše v:
function [err]=PISEV(VMIN,VMAX,I)
% .. potprogram za ispis diastolickog tlaka ventrikla
global PCONV VD0 EC0 VPKD VS0 ES VPKD
if I==3
    fid = fopen('LV.PLT','w');
elseif I==7
    fid=fopen('RV.PLT','w');
end

fprintf(fid,' TITLE = "PODACI ZA VENTRIKL"\n');
fprintf(fid,' VARIABLES = "Vol","Pd","Ed","Ps","Es"\n');
fprintf(fid,'ZONE I= 101, F=POINT\n');

DV=(VMAX-VMIN)/100;
for J=1:101
    V=VMIN+(J-1)*DV;
    PS=(V-VS0(I))*ES(I);
    DPSDV=ES(I);
    if VPKD(I)==0
        PDV=(V-VD0(I))*EC0(I);
        DPDVDV=EC0(I);
    else
        PDV=EC0(I)*VPKD(I)*(exp((V-VD0(I))/VPKD(I))-1);
        DPDVDV=EC0(I)*exp((V-VD0(I))/VPKD(I));
    end
    fprintf(fid,'%e %e %e %e %e\n',V*1.e6,PDV/PCONV,DPDVDV/PCONV*1.E-
6,PS/PCONV,DPSDV/PCONV*1.E-6);
end
err='ok';

end

```



```

piše p:
function [err]=PISEP(VMIN,VMAX,I)
% .. potprogram za ispis diastolickog tlaka pasivnih komora
global PCONV VD0 EC0
if I==1
fid = fopen('PV.PLT','w');
elseif I==4
fid=fopen('SA.PLT','w');
elseif I==5
fid=fopen('SV.PLT','w');
elseif I==8
fid=fopen('PA.PLT','w');
end
fprintf(fid,' TITLE = "PODACI ZA ATRIJ"\n');
fprintf(fid,' VARIABLES = "Vol","Pd","Ed","Ps","Es"\n');
fprintf(fid,'ZONE I= 101, F=POINT\n');

DV=(VMAX-VMIN)/100;
DUM=0;
for J=1:101
V=VMIN+(J-1)*DV;
PP=(V-VD0(I))*EC0(I);
DPPDV=EC0(I);
fprintf(fid,'%e %e %e %e %e\n',V*1.e6,PP/PCONV,DPPDV/PCONV*1.e-
6,DUM,DUM);
end
err='ok';

end

PP:
function [f]=PP(V,I) % Pasivne komore
global VMIN PMIN EC0 VPKD VS0 ES PKS VD0 VKM ETA
f=(V-VD0(I))*EC0(I);
end

PDA:
function [f]=PDA(V,I) % tlak dijastole atrijsa
global VMIN PMIN EC0 VPKD VS0 ES PKS VD0 VKM ETA

if VPKD(I) == 0
f=(V-VD0(I))*EC0(I);
else
f=EC0(I)*VPKD(I)*(exp((V-VD0(I))/VPKD(I))-1);
end

end

PS:
function [f]=PS(V,I) % sistolicki tlak atrijsa i ventricla
global VMIN PMIN EC0 VPKD VS0 ES PKS VD0 VKM ETA
f=(V-VS0(I))*ES(I);
end

```

```

PDV:
function [f]=PDV(V,I)           % diastolicki tlak ventricla
global VMIN PMIN EC0 VPKD VS0 ES PKS VD0 VKM ETA

if VPKD(I) == 0
    f=(V-VD0(I))*EC0(I);
else
    f=EC0(I)*VPKD(I)*(exp((V-VD0(I))/VPKD(I))-1);
end

end

DPSDV:
function [f]=DPSDV(V,I)         % derivacija sistolickog tlaka atrijsa i
                                % ventricla
global VMIN PMIN EC0 VPKD VS0 ES PKS VD0 VKM ETA
    f=ES(I);
end

end

DPDADV:
function [f]=DPDADV(V,I)        % derivacija diastolickog tlaka atrijsa
                                % ventricla
global VMIN PMIN EC0 VPKD VS0 ES PKS VD0 VKM ETA

if VPKD(I) == 0
    f=EC0(I);
else
    f=EC0(I)*exp((V-VD0(I))/VPKD(I));
end

end

DPDADV:
function [f]=DPDADV(V,I)        % derivacija diastolickog tlaka atrijsa
                                % ventricla
global VMIN PMIN EC0 VPKD VS0 ES PKS VD0 VKM ETA

if VPKD(I) == 0
    f=EC0(I);
else
    f=EC0(I)*exp((V-VD0(I))/VPKD(I));
end

end

DPPDV:
function [f]=DPPDV(V,I)         % derivacija tlaka pasivnih komora
global VMIN PMIN EC0 VPKD VS0 ES PKS VD0 VKM ETA
    f=EC0(I);
end

```

Podaci za slučaj osobe starije dobi (glavni program):

```

%... Ucitavanje podataka aktivnih komora za stariju dobi
RHO=1050;                %(kg/m**3) gustoca krvi
TTAKTA=1;                %(s)      trajane takta
TSASV=0.18;              %(s)      vremenski interval izmedju atrijske i
ventrikularske aktivacije
DT=1.e-3;                %(s)      korak integracije
MTAKT=10;                %         broj taktova integracije
KOR=8;                   %         korak ispisa rezultata
NTAKT= round(TTAKTA/DT); %         okrugli broj koraka u taktu
DT=TTAKTA/NTAKT;         %         korigirani korak integracije

%... elastance pasivnih komora i diastole aktivnih komora pri V=V0
EC0(1)=0.3333e6;          %E (mmHg/m**3) elastance plucnih vena pri
V=V0
EC0(2)=0.0604e6;          %E (mmHg/m**3) elastance diastole lijevog
atrija pri V=V0
EC0(3)=0.0604e6;          %E (mmHg/m**3) elastance diastole lijevog
ventrikla pri V=V0
EC0(4)=0.5e6;             %E (mmHg/m**3) elastance sistemskih arterija
pri V=V0
EC0(5)=0.05e6;           %E (mmHg/m**3) elastance sistemskih vena pri
V=V0
EC0(6)=0.04e6;           %E (mmHg/m**3) elastance diastole desnog
atrija pri V=V0
EC0(7)=0.0196e6;         %E (mmHg/m**3) elastance diastole desnog
ventrikla pri V=V0
EC0(8)=0.35e6;           %E (mmHg/m**3) elastance plucnih arterija pri
V=V0

%... ravnotezni volumeni (pasivne komore i diastola aktivnih komora)
VD0(1)=400.e-6;           %V0 (m**3) ravnotezni volumen plucnih vena
VD0(2)=20.e-6;           %V0 (m**3) ravnotezni volumen diastole lijevog
atrija
VD0(3)=40.e-6;           %V0 (m**3) ravnotezni volumen diastole lijevog
ventrikla
VD0(4)=300.e-6;          %V0 (m**3) ravnotezni volumen sistemskih
arterija
VD0(5)=2200.e-6;         %V0 (m**3) ravnotezni volumen sistemskih vena
VD0(6)=10.e-6;           %V0 (m**3) ravnotezni volumen diastole desnog
atrija
VD0(7)=40.e-6;           %V0 (m**3) ravnotezni volumen diastole desnog
ventrikla
VD0(8)=100.e-6;          %V0 (m**3) ravnotezni volumen plucnih arterija
(suma 3100 ml)

%... koeficijenti otpora stijenke aorti
ETA(4)=130.e5;            %(kg/(s*m**4)) koeficijent otpora stijenke
SISTEMSKIH ARTERIJA
ETA(8)=65.e5;            %(kg/(s*m**4)) koeficijent otpora stijenke
PLUCNIH ARTERIJA

%... volumenske konstante za pasivne karakteristike aktivnih komora
VPKD(2)=660.e-6;          %Vk (m**3) volumenska konstanta diastole
LIJEVOG ATRIJA (=0 za linernu karakteristiku)
VPKD(3)=640.e-6;          %Vk (m**3) volumenska konstanta diastole
LIJEVOG VENTRIKLA (=0 za linernu karakteristiku)
VPKD(6)=60.e-6;          %Vk (m**3) volumenska konstanta diastole
DESNOG ATRIJA (=0 za linernu karakteristiku)

```

```

VPKD(7)=40.E-6;                                %Vk (m**3) volumenska konstanta diastole
DESN OG VENTRIKLA (=0 za linernu karakteristiku)

%... sistola aktivnih komora
VS0(2)=10.e-6;                                %V0s (m**3) volumen sistole LIJEVOG ATRIJA
ES(2)=0.342e6;                                %E (mmHg/m**3) elastance sistole lijevog
atrija pri V=V0s

VS0(3)=-10.e-6;                                %V0s (m**3) volumen sistole LIJEVOG VENTRIKLA
ES(3)=2.75e6;                                %E (mmHg/m**3) elastance sistole lijevog
ventrikla pri V=V0s

VS0(6)=0.e-6;                                %V0s (m**3) volumen sistole DESNOG ATRIJA
ES(6)=0.125e6;                                %E (mmHg/m**3) elastance sistole pri desnog
atrija V=V0s

VS0(7)=-7.e-6;                                %V0s (m**3) volumen sistole DESNOG VENTRIKLA
ES(7)=0.5e6;                                %E (mmHg/m**3) elastance sistole desnog
ventrikla pri V=V0s

%... Spojevi komora

AF(1)=5.e-4;                                %A (m**2) površina presjeka PLUCNIH VENA
(otvora ulaza u lijevi atrij)
RINF(1)=13.e-2;                                %L (m) duljina stupca za inertance otvora
plucnih vena
RES(1)=130.e5;                                %R (kg/(s*m**4)) generalizirani otpor ulaza u
lijevi atrij (Darcy-ev otpor)
AK(1)=0;                                %K (-) koeficijent otpora ulaza u lijevi
atrij (mjesni otpor)

AF(2)=5.e-4;                                %A (m**2) površina otvorenog MITRALNOG
ZALISTKA
RINF(2)=3.5e-2;                                %L (m) duljina stupca za inertance
mitralnog zalitska
RES(2)=0.e5;                                %R (kg/(s*m**4)) generalizirani otpor u
mitralnom zalistku (Darcy-ev otpor)
AK(2)=0.2;                                %K (-) koeficijent otpora ulaza u lijevi
ventrikla (mjesni otpor)

AF(3)=3.e-4;                                %A (m**2) površina otvorenog AORTNOG ZALISKA
RINF(3)=1.5e-2;                                %L (m) duljina stupca za inertance aortnog
zaliska
RES(3)=0.e5;                                %R (kg/(s*m**4)) generalizirani otpor ulaza u
aortu (Darcy-ev otpor)
AK(3)=1;                                %K (-) koeficijent otpora aortnog zalistka
(mjesni otpor)

AF(4)=1.75E-4;                                %A (m**2) površina SISTEMSKE KAPILARE (vezano
na K*0.5*rho*v**2 i inertance)
RINF(4)=90.e-2;                                %L (m) duljina stupca za inertance
sistemske arterija
RES(4)=2250.e5;                                %R (kg/(s*m**4)) generalizirani otpor
SISTEMSKIH KAPILARA
AK(4)=0;                                %K (-) koeficijent otpora sistemskih kapilara
(mjesni otpor)

```

AF(5)=10.e-4;	%A (m**2) površina otvora SISTEMSKIH VENA
RINF(5)=14.e-2;	%L (m) duljina stupca za inertance otvora
sistemske vena	
RES(5)=100.e5;	%R (kg/(s*m**4)) generalizirani otpor ulaza u
desni atrij (Darcy-ev otpor)	
AK(5)=0;	%K (-) koeficijent otpora ulaza u desni atrij
(mjesni otpor)	
AF(6)=6.e-4;	%A (m**2) površina otvorenog TRICUSPIDNOG
ZALISKA	
RINF(6)=6.e-2;	%L (m) duljina stupca za inertance
tricuspidnog zaliska	
RES(6)=0;	%R (kg/(s*m**4)) generalizirani otpor u
trikuspidalnom zalisku (Darcy-ev otpor)	
AK(6)=0.2;	%K (-) koeficijent u trikuspidalnom zalisku
(mjesni otpor)	
AF(7)=4.e-4;	%A (m**2) površina otvorenog PLUCNOG ZALISTKA
RINF(7)=5.e-2;	%L (m) duljina stupca za inertance plucnog
zalistka	
RES(7)=0;	%R (kg/(s*m**4)) generalizirani otpor ulaza
u plucnu arteriju (Darcy-ev otpor)	
AK(7)=1;	%K (-) koeficijent otpora plucnog zalistka
(mjesni otpor)	
AF(8)=4.E-4;	%A (m**2) površina PLUCNE KAPILARE (vezano na
0.5*rho*v**2 i i nertance)	
RINF(8)=10.e-2;	%L (m) duljina stupca za inertance plucnih
arterija	
RES(8)=162.e5;	%R (kg/(s*m**4)) generalizirani otpor PLUCNIH
KAPILARA	
AK(8)=0;	%K (-) koeficijent otpora pucnih kapilara
(mjesni otpor)	